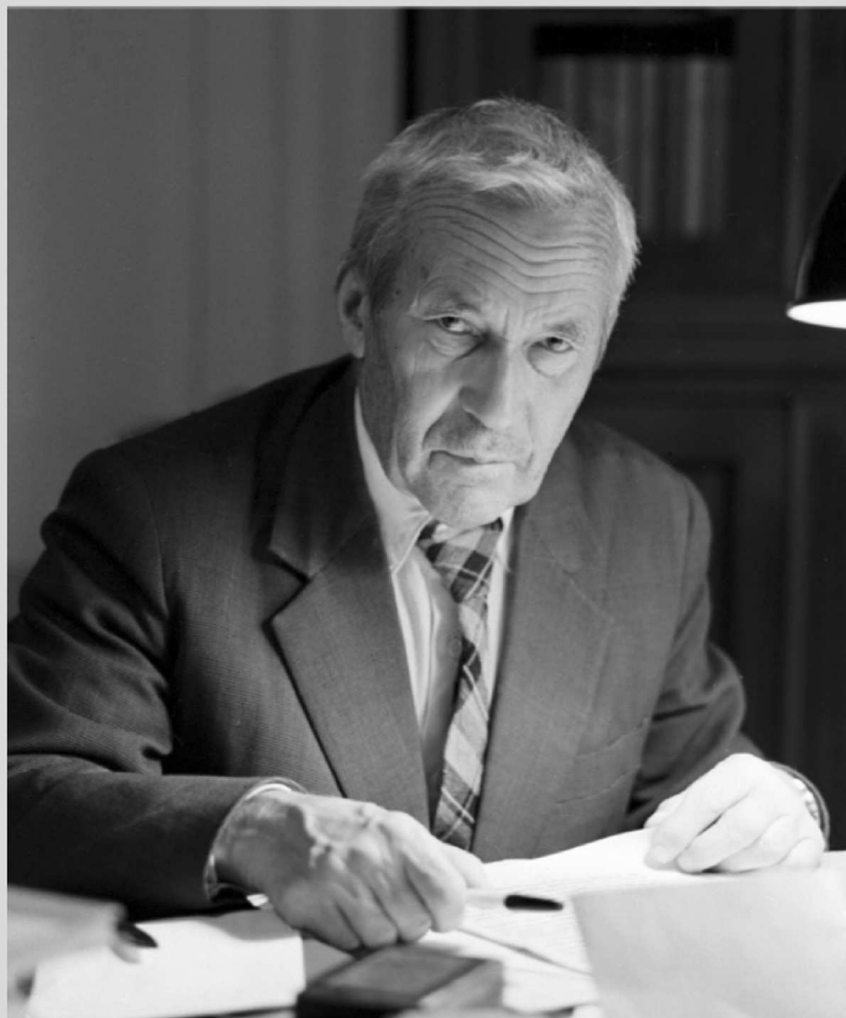


К 120-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ
АНДРЕЯ НИКОЛАЕВИЧА
КОЛМОГОРОВА
(25.IV.1903 – 20.X.1987)



A handwritten signature in black ink, which appears to be 'А. Колмогоров' (A. Kolmogorov). The signature is written in a cursive, flowing style.

УДК 51(092)

ВЕЛИКИЙ УЧЕНЫЙ РОССИИ
АНДРЕЙ НИКОЛАЕВИЧ КОЛМОГОРОВ
(к 120-летию со дня рождения)

Андрей Николаевич Колмогоров занимает уникальное место в современной математике, да и в мировой науке в целом. По широте и разнообразию своих научных занятий он напоминает классиков естествознания прошлых веков.

*Н.Н. Боголюбов, Б.В. Гнеденко, С.Л. Соболев,
Успехи математических наук. 1983.38, №4.23*

Вся жизнь Андрея Николаевича Колмогорова (1903–1987) связана с Московским государственным университетом и прежде всего с механико-математическим факультетом.

В 1920–1925 гг. он студент физмата, а в 1925–1929 гг. — аспирант (в НИИ механики и математики). Согласно списку работ Колмогорова за эти студенческие и аспирантские годы им было опубликовано 23 работы:

в 1923 г. — 2, в 1924 г. — 2, в 1925 г. — 6, в 1926 г. — 2, в 1927 г. — 2, в 1928 г. — 4, в 1929 г. — 5. А затем в 1930 г. — 4 работы, в 1935 г. — 5 работ.

В 1922 г. девятнадцатилетний студент Андрей Колмогоров получает свой ставший самым знаменитым результат в области тригонометрических рядов — дает пример ряда Фурье–Лебега, расходящегося почти всюду. В своей заметке, датированной 2 июля 1922 г., он так пишет о своем результате: “Цель этой заметки — дать пример суммируемой (т.е. интегрируемой в смысле Лебега) функции, ряд Фурье которой расходится *почти всюду* (т.е. всюду, кроме точек множества меры нуль). Функция, построенная в этой заметке, не суммируема с квадратом, и я ничего не знаю о порядке величины коэффициентов ее ряда Фурье”. (Позднее, в 1926 г., А.Н. Колмогоров, несколько изменив свою же конструкцию, строит и пример суммируемой функции, ряд Фурье которой расходится уже *всюду*.)

Интерес к теории тригонометрических функций и ортогональных рядов А.Н. Колмогоров сохранил на всю жизнь, временами возвращаясь к задачам из этой области и передавая их своим ученикам для дальнейшей разработки.

К студенческим годам относятся работы по общим вопросам классического анализа, таким, как дифференцирование и интегрирование (“Sur la possibilité de la définition générale de la dérivée, de l'intégrale et de la summation des series divergentes”, “La définition axiomatique de l'intégrale”, “Sur les bornes de la généralisation de l'intégrale”).

В 1925 г. выходит и первая работа Андрея Николаевича по интуиционистской логике “О принципе tertium non datur”.

Изучение обязательной в университете программы не составляло для студента Колмогорова труда: все многочисленные экзамены он сдавал досрочно, а потому не тратил много времени на посещение лекций и семинаров. Но занятия непосредственно наукой, как уже было сказано выше, были чрезвычайно интенсивны. Этому способствовала удивительно благоприятная обстановка, сложившаяся на физмате Московского университета в начале двадцатых годов прошлого века. В этом есть некоторый парадокс — по завершении гражданской войны страна была разрушена и жизненные обстоятельства были очень тяжелыми. (Андрей Николаевич отмечал, что успешно сданные экзамены имели следствием получение вполне приличного по тем временам продовольственного пайка.)

Именно в это время сформировались научные школы, возглавляемые профессорами Д.Н. Егоровым и Н.Н. Лузиным. Была создана принципиально новая для того времени форма работы с учениками. Начиная с первых курсов ставились трудные научные задачи. Проблемы и возможные пути решения обсуждались коллективно на семинарах, а главное, во время длительных личных встреч учителя с учениками на квартире Лузина. Дело не ограничивалось наукой. Талантливую молодежь объединял интерес к культуре, происходящим событиям. Возникло научное сообщество, названное в честь лидера Николая Николаевича Лузина коротким словом “Лузитания”. Многие из учеников Лузина позднее обрели мировую славу: П.С. Александров, М.Я. Суслин, П.С. Урысон, М.А. Лаврентьев, Д.Е. Меньшов, Л.В. Келдыш. В “Лузитании” А.Н. Колмогоров получил номер 16.

Среди своих первых научных руководителей А.Н. Колмогоров называет П.С. Урысона и П.С. Александрова, которые в ту пору создавали основы новой науки — топологии. Чуть позднее он стал учеником Н.Н. Лузина.

Под влиянием А.Я. Хинчина у студента Андрея Колмогорова возникает интерес к теории вероятностей. В 1925 г. выходит их совместная работа “Über Konvergenz von Reihen, deren Glieder durch den Zufall bestimmt werden” (“О сходимости рядов, члены которых определяются случаем”). В этой работе Андрей Николаевич получает свой первый результат по теории вероятностей, который теперь называют *неравенством Колмогорова*.

Это неравенство стало классическим не только потому, что оно обобщает неравенство Чебышёва, но и потому, что открыло путь к получению результатов, справедливых с *вероятностью единица*, например сходимость рядов из независимых случайных величин, усиленный закон больших чисел, предельные теоремы для сходимости мартингалов и др.

В студенческие годы, в 1922–1925 гг., Колмогоров работает учителем математики и физики в Потылихинской опытно-показательной школе Наркомпроса. В числе его учеников — будущий писатель Юрий Крымов (автор известной книги «Танкер “Дербент”») и выдающийся ракетный конструктор Анатолий Исаев. Андрей Николаевич увлеченно трудится в школе, он не только учитель, но и воспитатель. Он избирается учениками секретарем школьного совета, о чем часто вспоминал не без гордости. Именно тогда он пришел к выводу, что интенсивные размышления над математическими задачами, работа со школьниками должны сопровождаться активным отдыхом, для чего более всего подходят регулярные занятия физкультурой и разнообразные путешествия. Лыжи, плавание, гребля, пешие прогулки стали нормой всей жизни Колмогорова. Немаловажным было и то, что молодой тогда учитель не должен был уступать в физической выносливости своим ученикам.

В 1929 г. — год окончания аспирантуры и начала работы в НИИ механики и математики Московского университета — Колмогоров публикует работу “Общая теория меры и исчисление вероятностей”, в которой он дает свой первый вариант аксиоматического построения основ теории вероятностей, впоследствии превратившийся в “аксиоматику Колмогорова”, в окончательном виде изложенную им в монографии “Основные понятия теории вероятностей” (1933).

В июле 1930 г. А.Н. Колмогоров завершает свою работу “Об аналитических методах в теории вероятностей”, в которой закладывает основы общей теории марковских случайных процессов. Об этой работе П.С. Александров и А.Я. Хинчин (в совместной статье, посвященной пятидесятилетию А.Н. Колмогорова) писали:

“Во всей теории вероятностей XX столетия трудно указать другое исследование, которое оказалось бы столь основополагающим для дальнейшего развития науки и ее приложений, как эта работа Андрея Николаевича.

Управляющие марковскими процессами дифференциальные “уравнения Колмогорова”, строго и во всей широте математически обоснованные, содержали в себе в качестве частных случаев все те уравнения (Смолуховского, Чэпмена, Фоккера—Планка и др.), которые до тех пор кустарно, без достаточного обоснования и без четкого выяснения лежащих в их основе предпосылок, выводились и применялись физиками по отдельным поводам. На этих уравнениях Колмогорова основывалось и продолжает основываться огромное количество исследований во всех странах мира; они оказались основными как для дальнейшего развития теории, так и для математической обработки самых разнообразных прикладных задач.”

В 1933 г. в издательстве “Шпрингер” (Springer) на немецком языке выходит фундаментальная монография (переведенная на русский язык в 1936 г.) “Основные понятия теории вероятностей”.

Сам Андрей Николаевич в предисловии к этому изданию своей монографии так определил ее замысел:

“Целью предлагаемой работы является систематическое обоснование теории вероятностей. Ведущей мыслью автора было при этом естественное включение основ теории вероятностей, считавшихся еще недавно совершенно своеобразными, в ряд общих понятий современной математики.” Далее говорится, что без лебеговской теории меры и интеграла эта задача была почти безнадежной.

В предисловии к третьему изданию “Основных понятий” (1998) редакторы пишут: “Значение монографии А.Н. Колмогорова определяется не только предложенной в ней схемой (ставшей универсально принятой) логического обоснования *математической теории вероятностей*. Ее роль также в том, что содержащиеся в ней новые концепции, понятия и результаты (такие, как условное математическое ожидание, теорема о существовании случайного процесса с заданной системой конечномерных распределений, закон нуля или единицы и др.) открыли *новую эру* и в развитии теории вероятностей, и в расширении сферы ее влияния и областей применения”.

В 1931 г. А.Н. Колмогоров становится профессором Московского университета, читает много лекций, ведет семинары. Он пишет:

“Некоторые лекции в Университете я с увлечением читал. Но в вузе я никаких оригинальных

подходов к планировке времени не предпринимал — следовал тому, что у нас полагается”. И далее: “Все мои годы активной работы в университете обычно складывались так: скажем, два часа в неделю какой-нибудь обязательный курс — я перечитал все-таки очень много разных обязательных курсов: один специальный курс о новейших работах, с участием и своих собственных, а потом один или два семинара, куда приходят человек десять и делают поочередно доклады...”.

В 1933 г. А.Н. Колмогоров назначается директором НИИ механики и математики, где он в 1925–1929 гг. был аспирантом. Основное назначение этого института — работа с аспирантами. Поразительное видение математики в целом и пробуждающийся талант научного руководителя позволили ему с большим успехом руководить институтом. Многие видные математики с большой благодарностью вспоминали впоследствии работу Колмогорова как директора.

Непрерывно А.Н. Колмогоров продолжает публиковать все новые и новые работы в самых разных ветвях математики: статистика (“Об эмпирическом определении закона распределения”, 1933), теория случайных процессов (“Случайные движения. К теории броуновского движения”, 1934), теория функций (“О наилучшем приближении функций заданного функционального класса”, 1936), топология (о чем он писал: “Мои работы по топологии так и не были как следует поняты. Ведь я исходил из физических понятий — из гидродинамики и электромагнитной теории, а совсем не из комбинаторики”, 1936).

В 1937 г. печатаются две работы “прикладного” характера: “К статистической теории кристаллизации металлов” и “К решению одной биологической задачи”. При этом он отмечал, что “принципиально область применения математического метода не ограничена: все виды движения материи могут изучаться математически”.

В том же году выходит ставшая хорошо известной КПП-работа “Исследование уравнения диффузии, соединенной с возрастанием количества вещества, и его применение к одной биологической проблеме” (совместно с И.Г. Петровским и Н.С. Пискуновым). В связи с этой работой А.Н. Колмогоров писал: “Вопросы, которые, казалось бы, принадлежат чистой математике и не имеют применений, очень часто совершенно неожиданно оказываются важными для разных приложений”.

В 1935 г. А.Н. Колмогоров организует на механико-математическом факультете Московского университета кафедру теории вероятностей и становится ее первым руководителем. А с 1938 г. он — заведующий отделом теории вероятностей в Математическом институте им. В.А. Стеклова АН СССР (по 1960 г.).

В 1939 г. Андрей Николаевич избирается действительным членом (академиком) АН СССР, членом президиума АН СССР и академиком-секретарем отделения физико-математических наук. Он писал: “Когда О.Ю. Шмидт пригласил меня в Президиум Академии наук и в академики-секретари физико-математического отделения, то я в такой интерес как-то сразу вошел. Я действительно относился к этой деятельности всерьез”.

К 1941 г. относится публикация работ Андрея Николаевича “Стационарные последовательности в гильбертовом пространстве” и “Интерполирование и экстраполирование стационарных случайных последовательностей”. В связи с этими работами Колмогоров писал: “В этой специальной, чисто математической, сфере конкуренция между мною и Н. Винером действительно была, причем основные результаты я получил раньше”.

В том же 1941 г. Колмогоров печатает серию работ по турбулентности (“Локальная структура турбулентности в несжимаемой вязкой жидкости при очень больших числах Рейнольдса”, “К вырождению изотропной турбулентности в несжимаемой вязкой жидкости”, “Рассеяние энергии при локально изотропной турбулентности”), которая и сегодня оказывает свое влияние на изучение турбулентности.

С первых же дней начала Великой Отечественной войны Колмогоров занимается решением ряда конкретных проблем оборонного характера — составляет таблицы бомбометания с малых высот и на малых скоростях, создает теорию поражения самолетов системой зенитных установок, предлагает схему расстановки воздушных аэростатов в небе Москвы, сильно затрудняющую полеты вражеских самолетов.

В послевоенные годы деятельность Андрея Николаевича развивается по многим направлениям. В конце сороковых годов прошлого века он приходит в “Большую Советскую Энциклопедию” и на долгие годы связывает с ней свою судьбу, возглавив отдел математики выходящего тогда 2-го издания БСЭ. Он не только готовит словник, подбирает авторов, редактирует и перерабатывает их статьи, но и сам пишет огромное количество статей по самым разнообразным математическим дисциплинам (всего для разных энциклопедических изданий Андреем Николаевичем написано свыше 100 статей).

Совершенно особое место в изданиях БСЭ занимает статья Колмогорова “Математика”, вышедшая впервые в 38-м томе БСЭ (с. 359–402) в 1938 г., затем (в переработанном виде) в 26-м томе

второго издания БСЭ (с. 464–483) в 1954 г. и (еще раз переработанная) в 15-м томе третьего издания (с. 467–478) в 1974 г.

В 1947 г. он (совместно с Н.А. Дмитриевым и Б.А. Севастьяновым) печатает в “Докладах АН СССР” работы по теории ветвящихся процессов. Сам термин “ветвящиеся процессы” придумал Колмогоров и его стали употреблять во всем мире.

В этом же сорок седьмом году он делает доклад на общем собрании АН СССР о спектральной теории стационарных процессов. Затем делает много докладов по математической статистике, теории вероятностей. Вместе с Б.В. Гнеденко издает книгу “Предельные распределения для сумм независимых случайных величин”, удостоенную премии им. П.Л. Чебышёва АН СССР.

В 1954 г. на Международном математическом конгрессе в Амстердаме А.Н. Колмогоров (на заключительном заседании) делает доклад “Общая теория динамических систем и классическая механика”. Этот доклад и опубликованная в этом же году работа “О сохранении условно периодических движений при малом изменении функций Гамильтона” (Доклады АН СССР, т. 8, № 4, с. 527–530) положили начало КАМ-теории (Колмогорова–Арнольда–Мозера). За работы по теории возмущений гамильтоновых систем А.Н. Колмогоров и В.И. Арнольд в 1965 г. были удостоены Ленинской премии.

В пятидесятые годы прошлого века, занимаясь под влиянием работ К. Шеннона теорией информации, Андрей Николаевич публикует ряд работ, давший этой науке прочный математический фундамент. Колмогоров неоднократно подчеркивал, что для случая произвольных сообщений основным понятием должна стать не шенноновская энтропия $H(\xi)$ (как мера неопределенности *дискретных* сообщений ξ), а количество информации $I(\xi, \eta)$ одного объекта ξ относительно другого η . Отправляясь от этого понятия, Колмогоров вводит ε -энтропию $H_\varepsilon(\xi) = \inf I(\xi, \eta)$, где \inf берется по всем совместным распределениям $P_{\xi\eta}$ пар (ξ, η) (при фиксированном распределении P_ξ величины ξ), принадлежащих некоторому заданному классу W_ε , характеризующему “близостью” η к ξ .

Затем Колмогоров вводит понятие (абсолютной) ε -энтропии $\mathcal{H}_\varepsilon(C)$ для *неслучайного* объекта C , являющегося множеством в метрическом пространстве (X, ρ) , и понятие (относительной) ε -энтропии $\mathcal{H}_\varepsilon(C, X)$. Эти новые понятия послужили средствами оценки *метрической массивности* функциональных классов и пространств.

Энтропийные характеристики Колмогоров определил (1958) и для квазирегулярных динамических систем (X, \mathcal{X}, ρ) , которые стали называть K -системами. Вскоре Я.Г. Синай дал определение энтропии, пригодное для любых динамических систем.

Эти новые понятия сыграли выдающуюся роль в эргодической теории и прежде всего в решении проблемы метрической классификации динамических систем, т.е. проблемы отыскания набора инвариантов, по которым можно судить о метрическом изоморфизме динамических систем. (В классе эргодических динамических систем с чисто точечным спектром полная система метрических инвариантов согласно Халмошу и Нейману этим спектром и описывается.)

Энтропия динамической системы оказалась принципиально *новым инвариантом* метрического изоморфизма динамических систем, не зависящим от спектра, что следует из того, что на классе систем со счетно-кратным лебеговским спектром энтропия может принимать любые допустимые значения. Новый инвариант позволил, таким образом, “расщепить” динамические системы со счетно-кратным лебеговским спектром на континуум инвариантных подклассов с разными значениями энтропии и, следовательно, *метрически неизоморфных* между собой.

К пятидесятым годам относится и классический результат Колмогорова, связанный с 13-й проблемой Гильберта. А именно он показывает, что “любая непрерывная функция сколь угодно большого числа переменных представима в виде конечной суперпозиции непрерывных функций не более чем трех переменных”. Затем В.И. Арнольд показывает, что каждая непрерывная функция трех переменных может быть представлена в виде суммы суперпозиций непрерывных функций двух переменных.

И, наконец, в 1957 г. А.Н. Колмогоров сделал завершающий шаг, показав, что каждая действительная непрерывная функция на n -мерном единичном кубе от n переменных может быть представлена в виде суперпозиции непрерывных функций одного переменного и операции сложения.

К пятидесятым годам относятся многие работы Андрея Николаевича по теории вероятностей. Так, в 1956 г. он публикует работу “Две равномерные предельные теоремы для сумм независимых слагаемых”, в которой он устанавливает, что $\psi(n) = \sup_{F \in \mathcal{F}} \inf_{D \in \mathcal{D}} \rho(F^{*n}, D)$ (где F^{*n} — свертка распре-

деления F , \mathcal{F} — класс всех распределений, \mathcal{D} — класс всех безгранично делимых распределений D , $\rho(F, D) = \sup_x |F(x) - D(x)|$ — расстояние между функциями распределения $F = F(x)$, $D = D(x)$)

ведет себя следующим образом: $\psi(n) \leq cn^{-1/2}$.

Этот результат дал мощный импульс последующим работам по выяснению правильного поряд-

ка убывания функции $\psi(n)$ при $n \rightarrow \infty$. Окончательный результат был получен в 1980–1983 гг. Т.В. Араком и А.Ю. Зайцевым, показавшими, что $c_1 n^{-2/3} \leq \psi(n) \leq c_2 n^{-2/3}$, где c_1, c_2 — некоторые константы.

В 1980 г. А.Н. Колмогоров становится заведующим кафедрой математической логики механико-математического факультета. Здесь он и его ученики продолжают развивать исследования по теории алгоритмов, алгоритмическим основам теории вероятностей. На Первом Всемирном конгрессе Общества Бернулли А.Н. Колмогоров и В.А. Успенский делают форумный доклад “Алгоритмы и случайность”. (Доклад зачитывался В.А. Успенским.)

К шестидесятым годам прошлого века относится цикл работ А.Н. Колмогорова в области лингвистики, посвященный анализу статистики речи и стиховедению. Замыслы Андрея Николаевича, с одной стороны, тесно связаны с вероятностным и алгоритмическим подходами к теории информации, а с другой — отражают его давний интерес к анализу закономерностей, свойственных форме и языку художественных литературных произведений.

Исключительны заслуги А.Н. Колмогорова в решении многих организационных проблем.

Он основывает журнал “Теория вероятностей и ее применения”, первый том которого вышел в 1956 г. Сейчас этот журнал носит имя А.Н. Колмогорова. Создается журнал “Квант” (1970); при механико-математическом факультете организовывается (1960) лаборатория статистических методов, преобразованная в 1966 г. в межфакультетскую лабораторию вероятностных и статистических методов. Андрей Николаевич основывает и возглавляет редакцию математики и механики в Издательстве иностранной литературы (издательство “Мир”).

Исключительна роль Колмогорова в создании и открытии физико-математической школы интерната при МГУ (19 апреля 1989 г. этой школе было присвоено имя А.Н. Колмогорова).

С 1954 г. по 1956 г. и с 1978 г. по день кончины он заведует отделением математики механико-математического факультета, с 1954 г. по 1958 г. он — декан механико-математического факультета; в 1964 г. Колмогоров избирается президентом Московского математического общества (ММО).

В 1969 г. и в 1971 г. Андрей Николаевич принимает участие в экспедициях на научно-исследовательском судне “Дмитрий Менделеев”. Он так определял свою роль в этих экспедициях: “Непосредственно на судне, в оперативном порядке уточнять методику расчета, определять необходимую длительность реализаций, шаг дискретизации и т.п.”.

А.Н. Колмогоров был удостоен самых высоких наград. Он избран в самые престижные сообщества своим членом. В 1962 г. ему присуждается Международная премия Фонда Бальцана (Balzan Prize) “За достижения в области математических исследований”.

В 1980 г. ему присуждена Международная премия по математике Фонда Вольфа (The Wolf Foundation) “За глубокие и оригинальные открытия в анализе Фурье, теории вероятностей, эргодической теории и теории динамических систем”.

А.Н. Колмогорову было присвоено (в 1963 г.) звание Героя Социалистического Труда “За выдающиеся заслуги в области математики и в связи с шестидесятилетием со дня рождения”.

А.Н. Колмогоров был удостоен семи орденов Ленина.

В некрологе (“Правда”, “Известия” от 23 октября 1987 г.), подписанном руководителями Коммунистической партии и Советского государства, говорится: “Вся жизнь Андрея Николаевича Колмогорова — беспримерный подвиг во имя науки. Он был образцом благородства, бескорыстия и нравственной чистоты в служении Родине. А.Н. Колмогоров вошел в плеяду великих русских и мировых ученых”.

ПОСЛЕСЛОВИЕ

По случаю столетия со дня рождения Андрея Николаевича Колмогорова 16–21 июня 2003 г. в Москве состоялась международная конференция “Колмогоров и современная математика”. Организаторами выступили Российская академия наук и Московский государственный университет. В работе конференции приняли участие ученые из 41 страны. Россия была представлена 46 городами. Общее число зарегистрированных участников было 960 (по числу розданных наборов материалов конференции).

Большим событием в юбилейных мероприятиях явилось издание “Колмогоров”: “Библиография”, “Избранная переписка”, “Из дневников” (редактор-составитель А.Н. Ширяев, подготовка текста Н.Г. Химченко). При написании настоящей статьи автор использовал том “Библиография”.

25–27 апреля 2023 г. состоялись конференции в МГУ, Математическом институте РАН и Сколковском институте науки и технологий, посвященные 120-летию со дня рождения А.Н. Колмогорова. В вышедшем в 2023 г. в издательстве МЦНМО сборнике “Андрей Николаевич Колмогоров” опубликована “Полная библиография его трудов и список публикаций, ему посвященных”.

А.Н. Ширяев