Проверим, что $f(x) \in \mathrm{Lip}\,\beta$. Пусть $0 \leqslant y < x \leqslant \pi$, $t = x - y \leqslant 1$ и натуральное N таково, что $2^{-N} < t \leqslant 2^{-N+1}$. Тогда (см. (7) и (8))

$$|f(x) - f(y)| \leqslant \sum_{n=1}^{\infty} 2^{-n(\alpha+\beta)} |K_{2^n}^{\alpha}(x) - K_{2^n}^{\alpha}(y)| \leqslant$$

$$\leqslant t \sum_{n=1}^{N} 2^{-n(\alpha+\beta)} \max_z |(K_{2^n}^{\alpha}(z))'| + 2 \sum_{n=N+1}^{\infty} 2^{-n(\alpha+\beta)} \max_z |K_{2^n}^{\alpha}(z)| \leqslant Ct^{\beta}.$$

Теорема доказана.

Исследование выполнено за счет гранта РНФ (проект № 22–21–00545) в МГУ им. М. В. Ломоносова.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Зигмунд А.* Тригонометрические ряды. Т. 1. М.: Мир, 1965.
2. *Andersen A.F.* Comparison theorems in the theory of Cesaro summability // Proc. London Math. Soc. Ser. 2. 1927. **27**. 39–71.
3. *Дьяченко М.И.* Тригонометрические ряды с обобщенно-монотонными коэффициентами // Изв. вузов. Математика. 1986. № 7. 39–50.
4. *Дьяченко М.И.* Асимптотика сумм косинус-рядов с коэффициентами дробной монотонности // Матем. заметки. 2021. **110**, № 6. 865–874.
5. *Lorentz G.G.* Fourier-Koeffizienten und Funktionenklassen // Math. Z. 1948. **51**. 135–149.

Поступила в редакцию
06.07.2022

УДК 515.12

ПОЛУНОРМАЛЬНЫЕ ФУНКТОРЫ И ПАРАНОРМАЛЬНОСТЬ

А. А. Иванов[1]

Известно, что если пространство $\mathcal{F}(X)$ наследственно паранормально для паракомпактного p-пространства X и нормального функтора $\mathcal{F}$ степени $\geqslant 3$ в категории $\mathcal{P}$ паракомпактных p-пространств и их совершенных отображений, то пространство X метризуемо. В работе доказано обобщение этой теоремы на случай полунормальных функторов в категории $\mathcal{P}$.

Ключевые слова: полунормальный функтор, паракомпактное p-пространство, наследственная паранормальность, метризуемость.

It is known that if a space $\mathcal{F}(X)$ is hereditarily paranormal for a paracompact p-space X and normal functor $\mathcal{F}$ of degree $\geqslant 3$ in the category $\mathcal{P}$ of paracompact p-spaces and their perfect maps, then X is metrizable. In this paper, a generalization of this theorem is proved for seminormal functors in the category $\mathcal{P}$.

Key words: seminormal functor, paracompact p-space, hereditarily paranormality, metrizability.

DOI: 10.55959/MSU0579-9368-1-64-2-9

В настоящей работе все топологические пространства предполагаются регулярными. Терминология и обозначения, не разъясняемые ниже, следуют книге [1].

[1] *Иванов Андрей Александрович* — асп. каф. общей топологии и геометрии мех.-мат. ф-та МГУ; стажер-исследователь Моск. центра фунд. и прикл. матем., e-mail: an98iv@yandex.ru.

Ivanov Andrei Alexandrovich — Postgraduate, Lomonosov Moscow State University, Faculty of Mechanics and Mathematics, Chair of General Topology and Geometry; Researcher, Moscow Centre for Fundamental and Applied Mathematics.

В классической теореме Катетова утверждается, что если куб компакта наследственно нормален, то этот компакт метризуем (см. [1, п. 4.5.15]). В работе [2] Е. В. Щепин ввел понятие нормального функтора в категории Comp компактов и их непрерывных отображений. Это мономорфные, эпиморфные, непрерывные, сохраняющие вес, прообразы, пересечения, точку и пустое множество функторы. Для них В. В. Федорчуком была доказана следующая теорема, являющаяся значительным обобщением теоремы Катетова (см. [3]).

Теорема 1. *Если для нормального функтора $\mathcal{F}$ степени $\geqslant 3$, действующего в категории* Comp, *пространство $\mathcal{F}(X)$ наследственно нормально, то X — метризуемый компакт.*

Обобщениям этой теоремы посвящено большое количество публикаций, среди которых стоит выделить работы М. А. Добрыниной [4] и А. П. Комбарова [5]. В работе [4] понятие нормального функтора было расширено на категорию $\mathcal{P}$ паракомпактных p-пространств и их совершенных отображений. Данная категория содержит Comp в качестве подкатегории. Кроме требований, аналогичных предъявляемым к нормальным функторам в категории Comp, на нормальный функтор $\mathcal{F}$ в категории $\mathcal{P}$ накладывается дополнительное условие: для любого паракомпактного p-пространства X и любого натурального числа n отображение Басманова $\pi_n : X^n \times \mathcal{F}(n) \longrightarrow \mathcal{F}(X)$ непрерывно. Отображение π_n задается равенством $\pi_n(\xi, r) = \mathcal{F}(\xi)(r)$, в котором $\xi \in X^n$ отождествляется с отображением $\xi : n \longrightarrow X$, где n — дискретное пространство, состоящее из n точек, $n = \{0, 1, 2, \dots, n-1\}$.

Теорема 2 [4]. *Пусть X — паракомпактное p-пространство, $\mathcal{F}$ — нормальный функтор степени $\geqslant 3$, действующий в категории $\mathcal{P}$. Тогда если пространство $\mathcal{F}(X)$ наследственно нормально, то X — метризуемое пространство.*

Другой способ обобщения теоремы 1, предложенный в работе [5], — это изменение требований, накладываемых на $\mathcal{F}(X)$.

Теорема 3 [5]. *Если для нормального функтора $\mathcal{F}$ степени $\geqslant 3$, действующего в категории* Comp, *пространство $\mathcal{F}(X)$ наследственно паранормально, то X — метризуемый компакт.*

Пространство X называется паранормальным (в смысле Никоша [6]), если для любой счетной дискретной системы замкнутых подмножеств $\{F_n : n < \omega\}$ найдется локально конечная система открытых множеств $\{U_n : n < \omega\}$, такая, что $F_n \subset U_n$, и $F_m \cap U_n \neq \varnothing$ тогда и только тогда, когда $F_m = F_n$. Известно, что класс паранормальных пространств содержит все нормальные и все счетно-паракомпактные пространства.

В заметке [7] получено следующее одновременное обобщение теорем 2 и 3.

Теорема 4. *Пусть X — паракомпактное p-пространство, $\mathcal{F}$ — нормальный функтор степени $\geqslant 3$ в категории $\mathcal{P}$. Тогда если пространство $\mathcal{F}(X)$ наследственно паранормально, то пространство X метризуемо.*

Есть также третий способ обобщения теоремы 1 — ослабление требований, наложенных на функтор $\mathcal{F}$. В частности, А. В. Ивановым рассмотрены полунормальные функторы в категории Comp и их степенные спектры (см. [8]). Функтор $\mathcal{F}$ в категории Comp называется полунормальным, если он мономорфен, непрерывен, сохраняет пересечения, точку и пустое множество. Для любого компакта X и точки $a \in X$ будет определен ее носитель $\mathrm{supp}(a) = \cap\{Y : Y$ — замкнутое подмножество X, $a \in \mathcal{F}(Y)\}$. Имеют место обозначения $\mathcal{F}_n(X) = \{a \in \mathcal{F}(X) : |\mathrm{supp}(a)| \leqslant n\}$ и $\mathcal{F}_{nn}(X) = \mathcal{F}_n(X) \setminus \mathcal{F}_{n-1}(X)$. Степенным спектром $\mathcal{F}$ называется множество

$$\mathrm{sp}(\mathcal{F}) = \{k : k \in \mathbb{N}, \mathcal{F}_{kk}(k) \neq \varnothing\}.$$

Пусть $\mathrm{sp}(\mathcal{F}) = \{1, m, n, \dots\}$. Тогда определим отображение $\varphi_{mn} : n \longrightarrow m$ следующим образом: $\varphi_{nm}(i) = i$ при $i < m$, $\varphi(i) = m - 1$ при $i \geqslant m$. Будем говорить, что $\mathcal{F}$ удовлетворяет условию $(*)$, если

$$\mathcal{F}(\varphi_{nm})(\mathcal{F}_{nn}(n)) \cap \mathcal{F}_{mm}(m) \neq \varnothing.$$

В работе [8] доказана следующая теорема.

Теорема 5. *Пусть X — компакт, $\mathcal{F}$ — полунормальный функтор в категории* Comp, $\mathrm{sp}(\mathcal{F}) = \{1, m, n, \dots\}$ *и $\mathcal{F}$ удовлетворяет условию $(*)$. Тогда если пространство $\mathcal{F}_n(X) \setminus X$ наследственно нормально, то пространство X метризуемо.*

Цель настоящей работы состоит в таком обобщении теоремы 5 на категорию $\mathcal{P}$ и наследственно паранормальные пространства $\mathcal{F}_n(X) \setminus X$, чтобы получить дальнейшее обобщение теоремы 4.

Будем называть функтор $\mathcal{F}$ в категории $\mathcal{P}$ полунормальным, если он мономорфен, непрерывен, сохраняет пересечения, точку и пустое множество, а также обладает непрерывным отображением Басманова. В дальнейшем будем рассматривать именно такие функторы и паракомпактные p-пространства X. Для них определяется носитель (см. [4]), а также пространства $\mathcal{F}_n(X)$,

$\mathcal{F}_{nn}(X)$ и степенной спектр $\mathrm{sp}(\mathcal{F})$ аналогично случаю категории Comp. Для $\mathcal{F}$ имеет место равенство $\mathrm{Im}(\pi_n) = \mathcal{F}_n(X)$. Также очевидно, что $1 \in \mathrm{sp}(\mathcal{F})$. Если в степенном спектре $\mathcal{F}$ есть хотя бы 3 элемента, т.е. $\mathrm{sp}(\mathcal{F}) = \{1, m, n, \ldots\}$, то будем использовать отображение φ_{nm} и условие $(*)$ также по аналогии случаю категории Comp.

Пусть X — топологическое пространство. Будем обозначать при помощи Δ_n подмножество пространства X^n, состоящее из точек, у которых хотя бы две координаты совпадают. В таком случае Δ_n называется обобщенной диагональю X^n.

Предложение 1. *Пусть X — паракомпактное p-пространство, причем Δ_n — G_δ-множество в X^n. Тогда X метризуемо.*

Доказательство. Пусть $x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}$ — попарно различные точки в X. Тогда существует открытое множество U, такое, что $x_{n-1} \in U$ и $x_1, x_2, \ldots, x_{n-2} \notin \overline{U}$. Верно следующее равенство:

$$(\{x_1\} \times \ldots \times \{x_{n-2}\} \times \overline{U}^2) \cap \Delta_n = \{x_1\} \times \ldots \times \{x_{n-2}\} \times \Delta_{\overline{U}}.$$

Из него следует, что диагональ $\Delta_{\overline{U}}$ — G_δ-множество в $\overline{U}^2$. Паракомпакт с диагональю типа G_δ метризуем тогда и только тогда, когда он допускает совершенное отображение на метризуемое пространство (см. [1, п. 5.5.7b]). Поэтому $\overline{U}$ — метризуемое пространство. Пространство X также будет метризуемо как локально метризуемый паракомпакт (см. [1, п. 5.4.A]).

Основным результатом настоящей работы является следующая

Теорема 6. *Пусть $\mathcal{F}$ — полунормальный функтор в категории $\mathcal{P}$ со степенным спектром $\mathrm{sp}(\mathcal{F}) = \{1, m, n, \ldots\}$, удовлетворяющий условию $(*)$. Если для паракомпактного p-пространства X пространство $\mathcal{F}_n(X) \setminus X$ наследственно паранормально, то пространство X метризуемо.*

Доказательство. Если все точки X изолированные, то X, очевидно, метризуемо. Предположим, что в X есть хотя бы две неизолированные точки. В силу условия $(*)$ существует точка $\delta \in \mathcal{F}_{nn}(n)$, такая, что $\mathcal{F}(\varphi_{nm})(\delta) = \eta \in \mathcal{F}_{mm}(m)$. Выберем в X набор различных точек $x_1, x_2, \ldots, x_m$, где x_1 — неизолированная точка в X. Пусть U и V — окрестности x_1 и x_m, такие, что $x_2, x_3, \ldots, x_{m-1} \notin \overline{U} \cup \overline{V}$ и $\overline{U} \cap \overline{V} = \varnothing$. Рассмотрим следующее подмножество X^n:

$$T = \overline{U} \times \{x_2\} \times \ldots \times \{x_{m-1}\} \times \overline{V}^{n-m+1}$$

и отображение

$$f = \pi_n|_{T \times \{\delta\}} : T \times \{\delta\} = T \longrightarrow \mathcal{F}_n(X).$$

Отображение f порождает на T разбиение $R = \{f^{-1}(\xi) : \xi \in \mathcal{F}_n(X)\}$. Докажем, что каждый элемент R лежит в некотором слое $\{y\} \times \{x_2\} \times \ldots \times \{x_{m-1}\} \times \overline{V}^{n-m+1} = T_y$ произведения T и на всех слоях разбиение одинаково.

Пусть $z = (z_1, z_2, \ldots, z_n) \in T$. Докажем следующие включения:

$$\{z_1, \ldots, z_{m-1}\} \subset \mathrm{supp}(f(z)) \subset \{z_1, \ldots, z_n\}.$$

Заметим, что $f(z) = \pi_n(z, \delta) = \mathcal{F}(z)(\delta)$. Если все координаты z различны (т.е. отображение $z : n \longrightarrow \{z_1, \ldots, z_n\} \subset Z$ инъективно), то $\mathrm{supp}(f(z)) = \{z_1, \ldots, z_n\}$ в силу того, что $\mathrm{supp}(\delta) = n$. Если у z есть совпадающие координаты, то рассмотрим отображение $q : \{z_1, \ldots, z_n\} \longrightarrow \{z_1, \ldots, z_m\}$, задаваемое следующим правилом: $q(z_i) = z_i$ при $i \leqslant m$, $q(z_i) = z_m$ при $i > m$. Тогда отображение $q \circ z$ гомеоморфно φ_{nm}. Поэтому

$$|\mathrm{supp}(\mathcal{F}(q \circ z)(\delta))| = |\mathrm{supp}(\mathcal{F}(\varphi_{nm})(\delta))| = m.$$

Следовательно, $\mathrm{supp}(\mathcal{F}(q \circ z)(\delta)) = \{z_1, \ldots, z_m\}$, а значит,

$$\{z_1, \ldots, z_{m-1}\} \subset \mathrm{supp}(\mathcal{F}(z)(\delta)).$$

Из этого равенства также следует, что

$$|\mathrm{supp}(f(z))| \geqslant m \geqslant 2. \tag{1}$$

Пусть теперь $z^i = \{z_1^i, \ldots, z_n^i\}$, $i = 1, 2$, причем $z_1^1 \neq z_1^2$. Так как $z_1^i \in \mathrm{supp}(f(z^i)) \subset \{z_1^i, \ldots, z_n^i\}$, то $f(z^1) \neq f(z^2)$. Поэтому любой элемент разбиения R не может пересекать два разных слоя T_y одновременно.

Докажем, что если для некоторого $z_1 \in \overline{U}$ выполняется равенство

$$f(z_1, z_2^1, \dots, z_n^1) = f(z_1, z_2^2, \dots, z_n^2),$$

то для любого $z_1' \in \overline{U}$ имеем

$$f(z_1', z_2^1, \dots, z_n^1) = f(z_1', z_2^2, \dots, z_n^2).$$

Обозначим

$$a^k = (z_1, z_2^k, \dots, z_n^k), b^k = (z_1', z_2^k, \dots, z_n^k), A^k = \{z_1, z_2^k, \dots, z_n^k\}, B^k = \{z_1', z_2^k, \dots, z_n^k\}$$

для $k = 1, 2$.

Зададим отображения $q_k : A^k \longrightarrow B^k$ следующим образом: $q_k(z_1) = z_1', q_k(z_i^k) = z_i^k$. Имеем $b^k = q_k \circ a^k$ и $q_1|_{A^1 \cap A^2} = q_2|_{A^1 \cap A^2}$. Значит,

$$\mathcal{F}(a^1)(\delta) = \mathcal{F}(a^2)(\delta) \in \mathcal{F}(A^1) \cap \mathcal{F}(A^2) = \mathcal{F}(A^1 \cap A^2).$$

Поэтому $f(b^1) = \mathcal{F}(b^1)(\delta) = \mathcal{F}(q_1|_{A^1 \cap A^2})(\mathcal{F}(a^1)(\delta)) = \mathcal{F}(q_2|_{A^1 \cap A^2})(\mathcal{F}(a^2)(\delta)) = \mathcal{F}(b^2)(\delta) = f(b^2)$.

Итак, доказано, что разбиение R порождает на всех слоях T_y одинаковые разбиения R'. Слои T_y гомеоморфны $\overline{V}^{n-m+1}$, а значит, факторпространство $T/R = f(T) \subset \mathcal{F}_n(X)$ гомеоморфно произведению $\Pi = \overline{U} \times (\overline{V}^{n-m+1}/R')$. Из неравенства (1) получаем $\Pi \subset \mathcal{F}_n(X) \setminus X$, следовательно, Π наследственно паранормально. Пространство $\overline{U}$ замкнуто в X, а значит, является пространством точечно-счетного типа (см. [9]). Оно содержит неизолированную точку x_1, следовательно, содержит счетное незамкнутое подмножество. Значит, $\overline{V}^{n-m+1}/R'$ совершенно нормально (см. [10]).

Рассмотрим произвольный слой T_y и введем обозначение

$$g = f|_{T_y} : \overline{V}^{n-m+1} \longrightarrow \overline{V}^{n-m+1}/R' \subset \mathcal{F}_n(X).$$

Если x — произвольная точка в обобщенной диагонали Δ_{n-m+1} произведения $\overline{V}^{n-m+1}$, то $\operatorname{supp}(g(x)) < n$. Если $x \in \overline{V}^{n-m+1} \setminus \Delta_{n-m+1}$, то $\operatorname{supp}(g(x)) = n$. Следовательно, $g^{-1}(g(\Delta_{n-m+1})) = \Delta_{n-m+1}$. Значит, множество $g(\Delta_{n-m+1})$ замкнуто и Δ_{n-m+1} — G_δ-множество в $\overline{V}^{n-m+1}$. Из предложения 1 следует, что $\overline{V}$ метризуемо. Таким образом, можно получить метризуемую окрестность любой точки, кроме x_1. Можно построить метризуемую окрестность этой точки аналогичным способом, выбрав в качестве x_1 вторую неизолированную в X точку. Значит, X — локально метризуемый паракомпакт, а следовательно, X — метризуемое пространство (см. [1, п. 5.4.A]).

Рассмотрим последний случай: пусть теперь X содержит ровно одну неизолированную точку x_0. Предположим, что $\chi(x_0, X) \geqslant \omega_1$. Паракомпактное p-пространство X является пространством точечно-счетного типа, поэтому существует компакт $K \subset X$, такой, что $x_0 \in K$ и $\chi(K, X) \leqslant \omega_0$. Из формулы $\chi(x_0, X) \leqslant \chi(x_0, K) \times \chi(K, X)$ (см. [1, гл. 3]) следует, что $\chi(x_0, K) \geqslant \omega_1$. Поэтому K — неметризуемый компакт с единственной неизолированной точкой x_0. Значит, K — александровская компактификация несчетного дискретного пространства. Можно представить K в виде объединения: $K = \{x_0\} \cup A \cup B \cup C$, где A, B и C — непересекающиеся дискретные множества, причем A счетно, а B и C несчетны. Зафиксируем произвольно различные $x_3, \dots, x_n \in B$. Положим $y_i = (x_0, a_i, x_3, \dots, x_n)$, где $\bigcup\limits_{i<\omega_0} \{a_i\} = A$. Система $(y_i)_{i<\omega_0}$ дискретна в $K^n \setminus \Delta_n$. Рассмотрим произвольную счетную систему открытых в $K^n \setminus \Delta_n$ множеств U_i, такую, что для всех $n < \omega_0$ выполняется $y_n \in U_n$. Тогда существуют конечные $D_i \subset K \setminus \{x_0\}$, такие, что для множеств $Y_i = \{(s, a_i, x_3, \dots, x_n) \in K^n | s \in K \setminus D_i\}$ верно $y_i \in Y_i \setminus \Delta_n \subset U_i$.

В силу несчетности множества C существует $w \in C \setminus (\bigcup\limits_{i<\omega_0} D_i)$. Любая окрестность точки $(w, x_0, x_3, \dots, x_n)$ в пространстве $K^n \setminus \Delta_n$ пересекается со счетным числом множеств U_i. Значит, такая система множеств U_i не может быть локально конечной в $K^n \setminus \Delta_n$.

Положим теперь

$$h = \pi_n|_{K^n \times \{\delta\}} : K^n \longrightarrow \mathcal{F}_n(X).$$

Тогда $h^{-1}(h(\Delta_n)) = \Delta_n$, а следовательно, отображение $h|_{K^n \setminus \Delta_n}$ замкнуто. Если $i \neq j$, то $\operatorname{supp}(h(y_i)) = \{x_0, a_i, x_3, \dots, x_n\} \neq \{x_0, a_j, x_3, \dots, x_n\} = \operatorname{supp}(h(y_j))$ и $h(y_i) \neq h(y_j)$. Поэтому $h(y_i)$ — счетная дискретная система замкнутых множеств в $h(K^n \setminus \Delta_n)$. Заметим, что $h(K^n \setminus \Delta_n) \subset h(X^n \setminus \Delta_n) \subset$

$\mathcal{F}_n(X) \setminus X$, а значит, $h(K^n \setminus \Delta_n)$ наследственно паранормально. Следовательно, существует счетная, локально конечная система открытых в $h(K^n \setminus \Delta_n)$ множеств V_i, таких, что $h(y_i) \in V_i$. Но тогда $h^{-1}(V_i)$ — счетная, локально конечная система открытых в $K^n \setminus \Delta_n$ множеств, причем $y_i \in h^{-1}(V_i)$. Выше было доказано, что такого быть не может. Противоречие. Значит, $\chi(x_0, X) \leqslant \omega_0$, и пространство X метризуемо по теореме Бинга (см. [1, п. 4.4.4]).

Предложение 2. *Нормальный в категории $\mathcal{P}$ функтор $\mathcal{F}$ степени $\geqslant 3$ обладает степенным спектром* $\mathrm{sp}(\mathcal{F}) = \{1, m, n, \ldots\}$ *и удовлетворяет условию* $(*)$.

Доказательство. Покажем, что степенной спектр любого нормального в категории $\mathcal{P}$ функтора представляет собой либо начальный отрезок натурального ряда, либо все множество натуральных чисел. Спектр непуст, так как он содержит 1. Пусть $k \in \mathrm{sp}(\mathcal{F})$ и $l < k$. Возьмем произвольное $\xi \in \mathcal{F}_{kk}(k)$. Функтор $\mathcal{F}$ сохраняет носители [4], поэтому $\mathrm{supp}(\mathcal{F}(\varphi_{kl})(\xi)) = \varphi_{kl}(\mathrm{supp}(\xi)) = l$. Следовательно, $\mathcal{F}(\varphi_{kl})(\xi) \in \mathcal{F}_{ll}(l)$ и $l \in \mathrm{sp}(\mathcal{F})$. Если степень нормального функтора $\geqslant 3$, то его спектр будет содержать числа 1, 2 и 3. Аналогично из сохранения носителей будет следовать выполнение условия $(*)$.

Из предложения 2 и того факта, что $\mathcal{F}_n(X) \setminus X \subset \mathcal{F}(X)$, следует, что теорема 6 обобщает теорему 4.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках реализации программы Московского центра фундаментальной и прикладной математики по соглашению № 075–15–2022–284.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Энгелькинг Р.* Общая топология. М.: Мир, 1986.
2. *Щепин Е.В.* Функторы и несчетные степени компактов // Успехи матем. наук. 1981. **36**, № 3. 3–62.
3. *Федорчук В.В.* К теореме Катетова о кубе // Вестн. Моск. ун-та. Матем. Механ. 1989. № 4. 93–96.
4. *Добрынина М. А.* К теореме Федорчука о нормальном функторе // Матем. заметки. 2011. **90**, № 4. 630–633.
5. *Комбаров А.П.* Об одной слабой форме нормальности // Вестн. Моск. ун-та. Матем. Механ. 2017. № 5. 48–51.
6. *Nyikos P.* Problem section: Problem B // Topol. Proc. 1984. **9**. 367.
7. *Иванов А.А.* Нормальные функторы и паранормальность // Вестн. Моск. ун-та. Матем. Механ. 2021. № 6. 51–53.
8. *Иванов А.В.* Теорема Катетова о кубе и полунормальные функторы // Уч. зап. Петрозавод. гос. ун-та. 2012. № 2. 104–108.
9. *Архангельский А.В.* Об одном классе пространств, содержащем все метрические и все локально бикомпактные пространства // Матем. сб. 1965. **67(109)**, № 1. 55–88.
10. *Комбаров А.П.* Паранормальность в топологических произведениях // Матем. заметки. 2017. **102**, № 3. 477–480.

Поступила в редакцию
31.08.2022