Александр Борисович Угольников
(04.12.1951 – 19.07.2013)

4 декабря 2021 г. исполнилось бы 70 лет профессору механико-математического факультета МГУ имени М. В. Ломоносова Александру Борисовичу Угольникову.

А. Б. Угольников родился 4 декабря 1951 г. в Куйбышеве. Окончив физико-математическую школу-интернат № 18 им. А. Н. Колмогорова при МГУ (в настоящее время СУНЦ МГУ), в 1969 г. он поступил на механико-математический факультет МГУ. Однако вследствие административных преобразований, связанных с созданием нового факультета вычислительной математики и кибернетики, продолжил обучение на этом факультете и окончил его в 1974 г. Далее А. Б. Угольников работал инженером в московском институте НИЦЭВТ, где занимался разработкой программных систем. Вместе с тем он не утратил интереса к научным исследованиям и в 1977 г., воспользовавшись предложением академика О. Б. Лупанова, поступил в аспирантуру Института прикладной математики имени М. В. Келдыша. В 1981 г. под руководством О. Б. Лупанова он защитил кандидатскую диссертацию по теме "Реализация булевых функций из некоторых замкнутых классов", а в 1992 г. — докторскую диссертацию по теме "Сложность функций из замкнутых классов".

На механико-математическом факультете МГУ А. Б. Угольников работал с 1981 г.: сначала в должности младшего научного сотрудника, затем старшего преподавателя, старшего научного сотрудника, доцента и с 1997 г. — в должности профессора. Одновременно с преподаванием в МГУ он активно занимался научно-организационной деятельностью: выполнял обязанности ученого секретаря кафедры дискретной математики (1983 – 1993), был ученым секретарем редакционно-издательского совета механико-математического факультета (1987 – 1993), членом Ученого совета МГУ (с 1996 г.), проректором — начальником управления информатизации и инноваций МГУ (2001 – 2003). С 1989 г. и до конца жизни он был ответственным секретарем редколлегии журнала "Вестник Московского университета. Серия 1, Математика. Механика". В 1993 г. при непосредственном участии А. Б. Угольникова в МГУ был создан Франко-русский центр по прикладной математике и информатике им. А. М. Ляпунова, директором которого он был назначен. Франко-русский центр не только играл важную роль в организации и финансовой поддержке совместных научных проектов российских ученых с иностранными коллегами, но и был благодаря царившей в нем особой творческой атмосфере, созданной во многом самим Александром Борисовичем, местом, где обсуждались различные проблемы, как научные, так и общефилософские и даже житейские.

Александр Борисович был удивительно светлым человеком, он заряжал своей позитивной энергией всех, кто находился рядом с ним. С одинаковой легкостью он организовывал различные мероприятия — от вечеров кафедры дискретной математики до футбольных матчей как на международных конференциях, так и между сотрудниками и студентами кафедры дискретной математики, причем, не прикладывая никаких усилий, почти всегда был на этих мероприятиях центральной фигурой. А. Б. Угольников был замечательным преподавателем, умевшим наглядно и доходчиво донести до учащихся самый сложный учебный материал. На механико-математическом факультете он читал обязательные курсы лекций по дискретной математике, математической логике, теории дискретных фунций, специальные курсы по различным разделам дискретной математики и математической кибернетики. В разные годы одновременно с преподаванием на механико-математическом факультете он вел занятия по математике в ФМШ № 18 (1983 – 1987) и читал курс дискретной математики в филиале МГУ в г. Ульяновске (1989 – 1990). Обаяние, жизненная энергия и превосходное чувство юмора Александра Борисовича привлекали к нему людей, и неудивительно, что он был научным руководителем большого числа студентов и аспирантов, работе с которыми уделял много времени. Тринадцать его учеников успешно защитили кандидатские диссертации, а один — докторскую диссертацию.

Преподавательскую и административную работу Александр Борисович успешно совмещал с продолжением своих научных исследований. Основной областью научных интересов А. Б. Угольникова стало исследование сложности реализации булевых функций и функций k-значной логики схемами из функциональных элементов и формулами в полных и неполных конечных базисах. О. Б. Лупанов — научный руководитель А. Б. Угольникова — получил основополагающие результаты в области синтеза и сложности управляющих систем. В частности, О. Б. Лупановым была установлена асимптотика роста функций Шеннона сложности реализации булевых функций схемами из функциональных элементов и формулами в произвольном полном конечном базисе, всем функциям которого приписаны положительные веса. Естественным обобщением решенных О. Б. Лупановым задач является задача нахождения асимптотического поведения функций Шеннона сложности схемной и формульной реализаций булевых функций из нетривиальных замкнутых классов. В этом случае реализация булевых функций может быть рассмотрена как в произвольном полном базисе, так и в произвольном неполном базисе, порождающем данный класс.

При изучении сложности схемной реализации булевых функций из предполных классов в полных конечных базисах принципиальную трудность вызвал случай класса M всех монотонных булевых функций. Исследованию этого случая было посвящено немало работ, тем не менее долгое время не удавалось установить асимптотику роста функции Шеннона. Решение данной задачи с помощью кодирования монотонных функций, предложенного Д. Клейтменом, было первым значимым научным результатом А. Б. Угольникова [1]. В дальнейшем ему удалось решить аналогичные задачи для всех нетривиальных замкнутых классов булевых функций: для каждого класса он установил асимптотику роста функции Шеннона сложности схемной реализации функций из этого класса в произвольном полном конечном базисе [4, 9], существенно обобщив таким образом классический результат О. Б. Лупанова.

А. Б. Угольникову удалось также значительно продвинуться в изучении сложности схемной реализации булевых функций из замкнутых классов в неполных конечных базисах. В частности, он получил [2, 3, 5] асимптотически точные значения функции Шеннона сложности схемной реализации в произвольном неполном конечном базисе для функций из классов[1] S, S_{01}, O^∞, O_0^∞, I^∞, I_1^∞, O^2, O_0^2, I^2, I_1^2. Кроме того, им был установлен [5] порядок роста функции Шеннона сложности схемной реализации в произвольном неполном конечном базисе для класса SM всех монотонных самодвойственных функций. Позднее в работе [16] он нашел нетривиальные верхние оценки функции Шеннона сложности схемной реализации функций из классов MO_0^m и MI_1^m для любого m в канонических порождающих базисах для этих классов. Ряд интересных результатов, касающихся схемной реализации функций из замкнутых классов булевых функций в вырожденных базисах, некоторые функции которых имеют нулевые веса, был получен в работе [17].

Отметим, что задача нахождения асимптотики роста функции Шеннона в произвольном неполном конечном базисе может вызвать принципиальные трудности в силу гипотетической возможности того, что в неполных базисах булевых функций асимптотика роста функции Шеннона сложности

[1]Здесь и далее используются обозначения для замкнутых классов булевых функций, заимствованные из [20].

схемной реализации функций из некоторых замкнутых классов может оказаться существенно выше нижней границы сложности, устанавливаемой неконструктивным мощностным методом. Поэтому исключительно важной представляется задача разработки методов отыскания конструктивных нижних оценок сложности схемной реализации булевых функций, альтернативных мощностному методу. Наилучшими к настоящему времени нижними оценками сложности схемной реализации булевых функций, полученными такими альтернативными методами, являются оценки для схемной реализации монотонных функций в полном монотонном базисе, основанные на работах А. Е. Андреева и А. А. Разборова. В [6] А. Б. Угольниковым было показано, что такие нижние оценки могут быть перенесены на случай некоторых немонотонных базисов, содержащих функцию импликации.

Наряду со схемной сложностью А. Б. Угольников занимался исследованиями формульной сложности реализации булевых функций и функций k-значной логики. Отметим, что одной из естественных мер сложности формул помимо общего числа символов переменных в формуле является ее глубина. Глубина булевой функции, т.е. минимально возможная глубина формулы, реализующей эту функцию, характеризует время вычисления значений функции. Очевидно, что глубина формулы над конечным базисом по порядку не может быть меньше логарифма ее сложности, тем самым для любого конечного базиса глубина любой булевой функции не может быть по порядку меньше логарифма сложности ее формульной реализации в этом базисе. С другой стороны, нетрудно заметить, что глубина слабо ветвящейся формулы может быть сравнима с ее сложностью, тем самым в некоторых конечных базисах глубина отдельных функций гипотетически может быть существенно больше логарифма сложности. В связи с этим большой интерес представляют базисы, для которых глубина любой функции, реализуемой формулой в этом базисе, не превосходит логарифма ее сложности (с точностью до абсолютной мультипликативной константы). Формализацией этого свойства является понятие равномерного базиса. В работах В. М. Храпченко, Ф. Спиры и И. Вегенера была установлена равномерность всех полных и монотонных полных конечных базисов булевых функций, однако вопрос о равномерности всех конечных базисов булевых функций оставался открытым. А. Б. Угольникову удалось доказать равномерность всех конечных базисов булевых функций [7, 8, 11], тем самым данная проблема была им полностью решена. Следствием этого результата А. Б. Угольникова является линейная эквивалентность по глубине и полиномиальная эквивалентность по сложности любых конечных булевых базисов, порождающих один и тот же замкнутый класс. С другой стороны, А. Б. Угольников показал, что в случае многозначных логик ситуация принципиально иная: он привел пример неравномерного конечного базиса в P_3 и пример двух базисов из функций четырехзначной логики, порождающих один и тот же замкнутый класс в P_4 и при этом не являющихся полиномиально эквивалентными.

А. Б. Угольниковым также были получены универсальные верхние оценки глубины и формульной сложности булевых функций: он установил [10, 11], что в любом конечном базисе глубина формульной реализации булевых функций имеет не более чем линейный порядок роста, а сложность — не более чем экспоненциальный порядок роста. При этом им были приведены [11, 13, 18] примеры конечных базисов функций пятизначной и четырехзначной логики и таких последовательностей функций, для которых сложность формульной реализации функций в этих базисах имеет порядок роста относительно числа переменных, равный двойной экспоненте (дополнительные исследования глубины и сложности формульной реализации функций k-значной логики в некоторых базисах содержатся также в [15]). Тем самым было установлено еще одно важное отличие k-значной логики при $k > 3$ от двузначной логики. Наряду с универсальными оценками сложности формульной реализации булевых функций в произвольных конечных базисах А. Б. Угольниковым были установлены [2, 3] асимптотики роста функций Шеннона сложности реализации функций формулами в произвольном неполном базисе, порождающем один из классов T_0, T_1, T_{01}, S, S_{01}, O^∞, O_0^∞, I^∞, I_1^∞.

Научные интересы А. Б. Угольникова не ограничивались вопросами синтеза и сложности управляющих систем. Он также был высококлассным специалистом в теории функциональных систем. В основе его результатов в области сложности лежит глубокое понимание свойств булевых функций и функций многозначной логики. Свое видение проблематики теории функциональных систем он изложил, выступив с пленарным докладом на X Международном семинаре “Дискретная математика и ее приложения” в 2010 г. [22]. Многие его ученики занимались исследованиями самых разных функциональных систем в двузначной и многозначных логиках и защитили дипломные работы и диссертации в этом направлении.

Отдельно стоит остановиться на научно-методической деятельности Александра Борисовича.

Он считал, что хороший математический курс должен содержать несколько разделов, причем в каждом из разделов следует рассказывать о каком-либо серьезном научном результате, определяющем современное состояние данной области. Отысканию новых простых доказательств принципиальных научных результатов с целью их включения в учебные курсы А. Б. Угольников уделял большое внимание. Поиск таких доказательств обычно представляет собой сложную творческую задачу, так как при доказательстве основополагающих научных результатов зачастую используются специфические знания и многочисленные ссылки на результаты из других работ, и поэтому такие доказательства оказываются понятными только немногочисленным специалистам из соответствующей узкой области. В этом направлении на основе разработанных им методов реализации булевых функций схемами и формулами Александру Борисовичу удалось предложить достаточно короткое и логически понятное доказательство [12, 14, 20] классического результата Э. Поста, описавшего все замкнутые классы булевых функций и показавшего, что каждый из этих классов является конечно-порожденным. Применяемые в данном доказательстве методы и подходы настолько оригинальны и познавательны, что это доказательство традиционно присутствует в курсе дискретной математики для студентов механико-математического факультета МГУ. Еще одним примером такой деятельности является предложенное А. Б. Угольниковым новое доказательство теоремы Р. К. Линдона о конечной базируемости классов тождеств над конечными системами булевых функций [21], позволившее ему включить эту теорему в курс теории дискретных функций для студентов первого курса механико-математического факультета. Говоря о научно-методической деятельности Александра Борисовича, нельзя также не сказать о его большой и плодотворной работе по подготовке к изданию конспекта лекций О. Б. Лупанова [19] по математической логике. Благодаря многочисленным доработкам и дополнениям Александра Борисовича эта книга вышла за рамки учебного пособия по вводному курсу математической логики и стала практически полноценным классическим учебником по теории дискретных функций. Незадолго до своей смерти он подготовил новое значительно расширенное и дополненное издание этого конспекта, которое предполагается опубликовать в ближайшем будущем.

К сожалению, трагическая гибель Александра Борисовича не дала ему возможности осуществить многое из того, что он задумал. Однако его идеи, подходы и методы продолжают работать в исследованиях его учеников. Александр Борисович навсегда останется в нашей памяти как светлый, жизнерадостный, замечательный человек.

С. Б. Гашков, О. С. Дудакова, Р. М. Колпаков, В. В. Кочергин, Н. А. Леонтьева,
Н. П. Редькин, А. В. Чашкин, В. Н. Чубариков, А. Д. Яшунский

Избранные публикации А. Б. Угольникова

1. О реализации монотонных функций схемами из функциональных элементов // Проблемы кибернетики. Вып. 31. М.: Наука, 1976. 167–185.
2. Синтез схем и формул в неполных базисах // Докл. АН СССР. 1979. **249**, № 1. 60–63.
3. Синтез схем и формул в неполных базисах // Препринты ИПМ им. М. В Келдыша АН СССР. 1980. Т. 112. 22 с.
4. О реализации булевых функций из замкнутых классов схемами из функциональных элементов в полном базисе // Докл. АН СССР. 1983. **271**, № 1. 49–51.
5. О реализации булевых функций из некоторых замкнутых классов схемами из функциональных элементов в неполных базисах // Вестн. Моск. ун-та. Матем. Механ. 1985. № 3. 87–89.
6. О сложности реализации булевых функций схемами в базисе из медианы и импликации // Вестн. Моск. ун-та. Матем. Механ. 1987. № 4. 76–78.
7. О глубине и полиномиальной эквивалентности формул для замкнутых классов двузначной логики // Матем. заметки. 1987. **42**, вып. 4. 603–612.
8. Complexity and depth of formulas realizing functions from closed classes // Proc. Fundamentals of Computation Theory, Lect. Notes Comp. Sci. Vol. 278. Berlin: Springer-Verlag, 1987. 456–461.
9. О реализации функций из замкнутых классов схемами из функциональных элементов // Матем. вопросы кибернетики. Т. 1. М.: Наука, 1988. 89–113.

10. О глубине формул в неполных базисах // Матем. вопросы кибернетики. Т. 1. М.: Наука, 1988. 242–245.
11. О глубине и сложности формул, реализующих функции из замкнутых классов // Докл. АН СССР. 1988. **298**, № 6. 1341–1344.
12. О замкнутых классах Поста // Изв. вузов. Математика. 1988. **7**. 79–88.
13. О сложности реализации формулами одной последовательности функций многозначной логики // Матем. вопросы кибернетики. Т. 2. М.: Наука, 1989. 174–176.
14. Замкнутые классы булевых функций. М.: ИПМ им. М. В. Келдыша АН СССР, 1990 (совм. с С. С. Марченковым).
15. Глубина формул в некоторых классах k-значной логики // Вестн. Моск. ун-та. Матем. Механ. 1991. № 4. 44–47.
16. О сложности схем в неполных базисах // Вестн. Моск. ун-та. Матем. Механ. 1997. № 2. 58–61.
17. О сложности схем в вырожденных базисах // Вестн. Моск. ун-та. Матем. Механ. 1998. № 6. 42–46.
18. О сложности реализации формулами одной последовательности функций 4-значной логики // Вестн. Моск. ун-та. Матем. Механ. 2004. № 3. 52–55.
19. Конспект лекций О. Б. Лупанова по курсу “Введение в математическую логику” / Под ред. А. Б. Угольникова. М.: Изд-во ЦПИ при мех.-мат. ф-те МГУ, 2007.
20. Классы Поста: Учебное пособие. М.: Изд-во ЦПИ при мех.-мат. ф-те МГУ, 2008.
21. Эквивалентные преобразования формул в P_2 // Вестн. Моск. ун-та. Матем. Механ. 2009. № 5. 25–32.
22. О некоторых задачах в области многозначных логик // Мат-лы X Междунар. семинара “Дискретная математика и ее приложения” (Москва, МГУ, 1–6 февраля 2010 г.). М.: Изд-во ЦПИ при мех.-мат. ф-те МГУ, 2010. 18–34.