

Покажем, что правая часть соотношения (13) всегда положительна. Вычисляя значение функции  $v(x)$  в точках  $x = 0$  и  $x = \pm\sqrt{\frac{b}{3}}$ , имеем

$$v(0) = b\left(b - \frac{k^2}{l^2}\right), \quad v\left(\pm\sqrt{\frac{b}{3}}\right) = \pm\frac{16b}{\sqrt{3}}\frac{k}{l}.$$

Если  $b > \frac{k^2}{l^2}$ , то  $v(0) > 0$ , при этом  $v(-\sqrt{\frac{b}{3}}) < 0$  для  $kl > 0$ , а  $v(\sqrt{\frac{b}{3}}) < 0$  при  $kl < 0$ ; если же  $b < \frac{k^2}{l^2}$ , то  $v(0) < 0$ , при этом  $v(\sqrt{\frac{b}{3}}) > 0$  для  $kl > 0$ , а  $v(-\sqrt{\frac{b}{3}}) > 0$  при  $kl < 0$ , т.е. в любом случае  $|x_*| < \sqrt{\frac{b}{3}}$  ( $x_* = 0$  при  $b = \frac{k^2}{l^2}$ ). Таким образом, гипербола  $\Gamma(x_*)$  существует только при  $kl > 0$ .

Следовательно, области существования прецессионных движений на плоскости  $(l; k)$  имеют вид, представленный на рис. 7 (слева для случая  $b > 1$ , справа для случая  $b < 1$ ). Области существования прецессионных движений не заштрихованы (в заштрихованной части плоскости констант циклических интегралов прецессий нет).

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 19-01-00140.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Карпетян А.В., Чаплыгина М.П.* Бифуркационный анализ динамики гироскопа в кардановом подвесе // Вестн. Моск. ун-та. Матем. Механ. 2019. № 3. 73–76.
2. *Карпетян А.В.* Устойчивость стационарных движений. М.: УРСС, 1998.
3. *Poincaré H.* Sur l'équilibre d'une masse fluide animée d'un mouvement de rotation // Acta Math. 1885. 7. 259–380.
4. *Четаев Н.Г.* Устойчивость движения. Работы по аналитической механике. М.: Изд-во АН СССР, 1962.
5. *Smale S.* Topology and mechanics // Invent. Math. 1970. 10. 305–314; 11. 45–64.

Поступила в редакцию  
19.06.2019

УДК 533.6.011

### ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ФИЗИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ МЕТЕОРОВ ПРИ ПЕРЕМЕННОМ ПАРАМЕТРЕ АБЛЯЦИИ

Г. А. Тирский<sup>1</sup>, И. Г. Брыкина<sup>2</sup>, С. В. Жлуктов<sup>3</sup>

Получено приближенное аналитическое решение уравнений физической теории метеоров при постоянном параметре абляции для изменения вдоль траектории скорости и массы метеороида, движущегося как единое тело. Оценена точность этого решения. Предложен численно-аналитический метод решения уравнений при переменном параметре абляции. Проведено сравнение решений при постоянном и переменном параметре абляции, полученных разными методами.

*Ключевые слова:* метеороид, параметр абляции, унос массы, аналитическое решение.

An approximate analytical solution of the equations of the physical theory of meteors is obtained for a meteoroid moving as a single body under the assumption of constant ablation

<sup>1</sup> *Тирский Григорий Александрович* — доктор физ.-мат. наук, гл. науч. сотр. НИИ механики МГУ, e-mail: tirskey@imech.msu.ru.

<sup>2</sup> *Брыкина Ирина Григорьевна* — доктор физ.-мат. наук, вед. науч. сотр. НИИ механики МГУ, e-mail: shantii@mail.ru.

<sup>3</sup> *Жлуктов Сергей Васильевич* — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр., Объединенный институт высоких температур РАН, e-mail: sz@flowvision.ru.

*Tirskiy Grigoriy Aleksandrovich* — Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Principal Scientific Researcher, Lomonosov Moscow State University, Institute of Mechanics.

*Brykina Irina Grigorievna* — Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Leading Scientific Researcher, Lomonosov Moscow State University, Institute of Mechanics.

*Zhlukov Sergey Vasilievich* — Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Senior Scientific Researcher, Joint Institute for High Temperatures of the Russian Academy of Sciences.

parameter. The approach allows one to predict the velocity and mass of the meteoroid at any point of its trajectory. The accuracy of the solution is estimated. A numerical-analytical method of solving the equations is proposed for the case when the ablation parameter is variable. The solutions obtained by different methods with constant and variable ablation parameters are compared.

*Key words:* meteoroid, ablation parameter, mass loss, analytical solution.

**Введение.** Большие скорости входа космических тел в атмосферу Земли порождают процессы, не проявляющиеся при обтекании космических аппаратов. При моделировании взаимодействия крупного метеороида с атмосферой возникают три основные проблемы: 1) моделирование его разрушения; 2) моделирование абляции; 3) необходимость решать обратную задачу, поскольку основные параметры входа в атмосферу неизвестны. Задача моделирования взаимодействия метеороида с атмосферой заключается в том, чтобы, разработав подходящий сценарий разрушения и модель абляции, воспроизвести траекторию и наблюдаемую световую кривую метеороида и таким образом оценить его начальную массу и размер, а также массу и области выпадения метеоритов. Процессы движения и абляции метеороида в атмосфере обычно моделируются с использованием системы обыкновенных дифференциальных уравнений физической теории метеоров (ФТМ) [1] — уравнения траектории и уравнений для скорости единого тела и уноса его массы вдоль траектории.

Большинство входящих в атмосферу космических тел разрушается под действием аэродинамических нагрузок, возрастающих по мере проникновения в более плотные слои атмосферы. Космические тела имеют разные скорости, состав, структуру, размер и прочность и разрушаться могут по-разному. Поэтому в последние годы разрабатываются различные подходы и модели разрушения. Один подход основан на предположении, что фрагменты раздробленного метеороида движутся независимо друг от друга, каждый со своей ударной волной. Предполагается либо одна, либо несколько последовательных стадий дробления — модели прогрессивной фрагментации, дискретной (см., например, [2, 3]) или непрерывной (см., например, [4, 5]). В другом подходе предполагается, что тело дробится на облако фрагментов и паров, объединенных общей ударной волной, движется как единое тело и деформируется под действием аэродинамических нагрузок [6–9]. В последнее время с целью совпадения с данными наблюдений используются комбинации разных подходов [10–14].

Под действием сильных тепловых потоков, главным образом радиационных в случае крупных тел, метеороид плавится, испаряется и теряет большую часть своей массы. Для моделирования абляции, во-первых, необходимо знать радиационный тепловой поток к поверхности тела. Во-вторых, для решения уравнения ФТМ следует представить его в виде аналитической зависимости от скорости тела, его размера и плотности атмосферы. Это очень сложная проблема во многом из-за того, что большинство исследований по радиационному нагреву посвящено теплообмену возвращаемых космических аппаратов и область рассматриваемых в них скоростей и размеров тел весьма ограничена. Поэтому практически во всех работах, где решаются уравнения ФТМ, коэффициент теплопередачи и соответственно зависящий от него параметр абляции  $\sigma$  полагаются постоянными (или ступенчатыми функциями). Обычно  $\sigma$  подбирается так, чтобы результаты расчетов соответствовали данным наблюдений за полетом и свечением космических тел. А при постоянном параметре  $\sigma$  уравнения ФТМ имеют аналитическое решение, представляющее в неявном виде массу и скорость метеороида в зависимости от определяющих параметров. В подавляющем большинстве работ метеорной тематики используются эти аналитические решения и нет необходимости решать дифференциальные уравнения и применять численные методы, например метод Рунге–Кутты.

Метод Рунге–Кутты имеет смысл использовать при переменном параметре абляции и при рассмотрении движения единого тела или небольшого числа фрагментов. Так, этим методом решалась задача о взаимодействии Челябинского метеороида с атмосферой на основе разработанной модели разрушения на облако фрагментов, движущихся совместно [15]. При этом решалась система 7 уравнений (из них 4 дифференциальных).

В случае же разрушения метеороида на множество ( $N$ ) фрагментов с разной массой, движущихся независимо, когда для каждого фрагмента необходимо решать систему 4 уравнений (из них 3 дифференциальных), т.е. необходимо решать  $4N$  уравнений, а затем находить суммированием общую массу, энерговыделение и светимость, прибегать к методу Рунге–Кутты уже не так удобно. И совсем нецелесообразно применять его при использовании недавно разработанной модели разрушения метеороида [16] для независимого движения фрагментов, когда задается вероятностное распределение осколков по массам, полученное на основе результатов многочисленных экспериментов по разрушению тел при высокоскоростном ударе. В этом случае общая масса, энерговыделение

и светимость раздробленного метеороида находятся интегрированием по начальным массам осколков, под интегралом стоят функции от текущей массы и скорости, которые в свою очередь зависят от начальной массы.

При дроблении метеороида на множество фрагментов с разными массами, с дискретным и особенно с непрерывным распределением их по массам, значительно удобнее применять аналитическое решение, например простое, полученное в настоящей работе. А в случае переменного параметра абляции никаких трудностей не вызывает применение предложенного в работе “численно-аналитического” метода, просто при движении по траектории следует брать параметр абляции с предыдущего шага. Поскольку параметр абляции меняется медленно, шаг по плотности атмосферы (или по высоте) может быть довольно большим. Метод позволяет использовать полученные ранее при постоянном параметре абляции аналитические решения в случае переменного параметра абляции.

**Аналитические решения уравнений ФТМ при постоянном параметре абляции.** Основные уравнения ФТМ [1] — уравнения торможения и абляции метеороида, движущегося как единое тело, и уравнение прямолинейной траектории можно привести к виду

$$M \frac{dV}{d\rho} = -\frac{1}{2} \frac{AC_D h V}{\sin \theta}, \quad \frac{1}{M} \frac{dM}{d\rho} = \sigma V \frac{dV}{d\rho}, \quad (1)$$

$$\frac{dz}{dt} = -V \sin \theta, \quad \rho = \rho_0 \exp\left(-\frac{z}{h}\right), \quad \sigma = \frac{C_H}{QC_D}.$$

Здесь  $V, M, A$  — скорость, масса и площадь миделевого сечения метеороида;  $z$  — высота полета;  $\rho$  — плотность изотермической атмосферы на высоте  $z$ ;  $t$  — время;  $\theta$  — угол наклона траектории метеороида к горизонту плоской поверхности Земли;  $\rho_0 = 1.225 \text{ кг/м}^3$  — плотность атмосферы на уровне моря;  $h$  — шкала высот, равная 7 км;  $C_D$  — коэффициент сопротивления;  $C_H$  — коэффициент теплопередачи на единицу площади миделя;  $Q$  — эффективная теплота уноса массы материала метеороида;  $\sigma$  — параметр абляции (уноса массы). Будем использовать феноменологическое выражение, связывающее площадь миделя метеороида с его массой:  $A/A_e = (M/M_e)^\mu$  [1]; индекс  $e$  указывает на начальные значения величин при входе метеороида в атмосферу,  $\mu$  — коэффициент формы тела. При  $\mu = 2/3$  форма метеороида во время движения не меняется, т.е. абляция происходит равномерно по поверхности.

При постоянном параметре абляции  $\sigma$  уравнения (1) имеют решение, выражающее массу метеороида через его скорость:

$$\frac{M}{M_e} = \exp\left[\frac{-u_e}{1-\mu}(1-\nu^2)\right], \quad \nu = \frac{V}{V_e}, \quad u_e = \frac{(1-\mu)\sigma V_e^2}{2}, \quad (2)$$

где  $u_e$  — безразмерный параметр абляции. После интегрирования первого из уравнений (1) с учетом (2) получим выражение, определяющее в неявном виде скорость метеороида:

$$Ei(u_e) - Ei(u_e \nu^2) = e^{u_e} \bar{\rho}, \quad Ei(x) = v.p. \int_{-\infty}^x \frac{e^t dt}{t} = \gamma + \ln x + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{k!k}, \quad (3)$$

$$\bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho_m}, \quad \rho_m = \frac{\beta_e \sin \theta}{h}, \quad \beta_e = \frac{M_e}{A_e C_D},$$

где  $\gamma$  — постоянная Эйлера ( $\gamma \approx 0.5772$ ). Это выражение зависит от безразмерного параметра абляции  $u_e$  и безразмерной плотности атмосферы  $\bar{\rho}$ , которая в свою очередь зависит от баллистического коэффициента  $\beta_e$ . Соотношение (3), связывающее скорость метеороида, его начальные параметры и плотность атмосферы, содержит интегральную показательную функцию  $Ei$ , вычисляемую с помощью бесконечного сходящегося степенного ряда, поэтому эта форма решения не очень удобна. Воспользуемся аппроксимацией, полученной в работе [17] для функции  $Ei(u_e) - Ei(u_e \nu^2)$  в диапазоне  $0 \leq u_e \leq 2$ ,  $0 \leq \nu \leq 1$ , и представим решение (3) для относительной скорости метеороида в более простом, но снова неявном виде:

$$\bar{\rho} = -2 \exp(-0.83(1-\nu)u_e) \ln \nu. \quad (4)$$

Для того чтобы выразить скорость метеороида  $\nu$  через плотность атмосферы (параметр  $\bar{\rho}$ ) в явном виде, в настоящей работе мы получили приближенное решение уравнения (4) в предположении слабого влияния уноса массы метеороида на его скорость, имеющее простой вид:

$$\nu = \exp(-0.5\bar{\rho} \exp(0.42\bar{\rho}u_e)). \tag{5}$$

Масса метеороида определяется из соотношения (2). Отыскав массу и скорость метеороида, можно найти его светимость (световую кривую), которая пропорциональна производной по времени от его кинетической энергии [3].

Решение для относительной скорости (5) сравнивалось с точным решением уравнений ФТМ (3), а также с решением аппроксимационного уравнения (4) при значениях параметра  $u_e$ , менявшихся от 0.2 до 3. Пример сравнения приведен на рис. 1. При малых  $u_e$  характер кривых не меняется и аналогичен представленному на рис. 1. С увеличением  $u_e$  начиная с единицы аппроксимация (4) теряет точность и дальше отходит от точного решения, в то время как решение (5) приближается к точному. Видно, что при любых значениях  $u_e$  в рассмотренном диапазоне решение (5) имеет удовлетворительную точность при  $\nu \geq 0.3$ , т.е. до тех пор, пока скорость метеороида не уменьшится примерно в три раза. Можно также сказать, что решение (5) обладает приемлемой точностью при значениях параметра  $\bar{\rho}$ , меньших 2. Если принять сферическую форму метеороида с начальным радиусом  $R_e$ , то это будет соответствовать плотности атмосферы  $\rho \leq \rho_0 R_e \sin \theta$  ( $[R_e] = \text{м}$ ) при плотности метеороида  $3.3 \text{ г/см}^3$ , характерной (средней) для обыкновенных хондритов, составляющих более 80% найденных метеоритов.

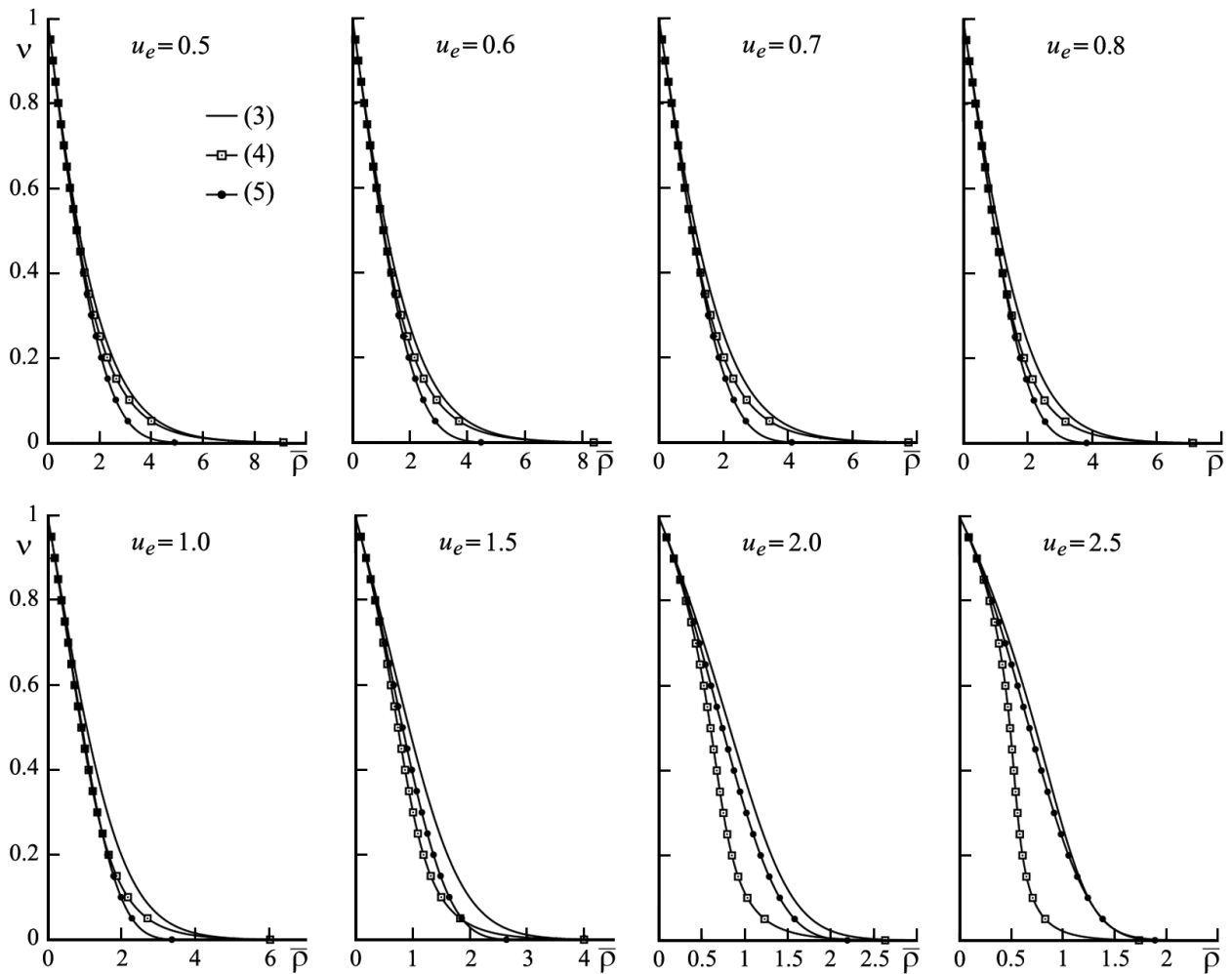


Рис. 1. Сравнение решений (4), (5) для скорости метеороида с точным решением (3)

**Численно-аналитический метод решения уравнений ФТМ при переменном параметре абляции.** В действительности радиационный тепловой поток к поверхности метеороида зависит от его скорости, размера и плотности атмосферы [18], поэтому коэффициент теплопередачи

$C_H$  меняется вдоль траектории и соответственно меняется параметр абляции  $\sigma$ . Представляет интерес разработать простой метод расчета скорости и массы метеороида при переменном параметре абляции  $\sigma$  и выяснить, насколько учет непостоянности  $\sigma$  влияет на характеристики метеороида.

Проведенные расчеты показали, что первые 5 членов ряда  $Ei(x)$  в выражении (3) обеспечивают точность вычисления скорости и массы метеороида менее 0.1% для  $0 \leq \nu \leq 1$  и  $0.2 \leq u_e \leq 3$ . Поэтому отыскание скорости в произвольной точке траектории в результате итерационного решения уравнения

$$\ln(\bar{\nu}^2) + \sum_{k=1}^5 \frac{u_e^k (\bar{\nu}^{2k} - 1)}{k!k} + \frac{\exp(u_e \bar{\nu}^2)}{u_e \bar{\nu}^2} u_e (\nu^2 - \bar{\nu}^2) = \exp(u_e) \bar{\rho}, \quad (6)$$

где  $\bar{\nu}$  — значение относительной скорости, полученное на предыдущей итерации, не представляет особого труда: итерационный процесс сходится достаточно быстро. Вычисление параметра  $\sigma$  может быть включено в итерационный процесс (6). Это не совсем корректно, поскольку аналитическое решение (3) получено в предположении постоянства  $\sigma$ . Однако проведенные расчеты показали, что такой подход обеспечивает удовлетворительную точность.

Безытерационный метод решения уравнений ФТМ с учетом переменного параметра уноса массы  $\sigma$  предполагает спуск по траектории с некоторым шагом по высоте или по плотности атмосферы с использованием либо простого выражения (5), либо выражения (6). В этом случае на каждом шаге берется значение параметра  $\sigma$ , вычисленное на предыдущем шаге. Этот метод назовем численно-аналитическим.

Для проведения расчетов использовалось аппроксимационное выражение для коэффициента радиационной теплопередачи  $C_H$  [9], которое получено в диапазоне параметров, ориентированном на исследование входа в атмосферу Челябинского метеороида, и которое для сферы с радиусом  $R > 4.5$  м имеет вид

$$C_H = \phi \rho^n 450^m, \quad \phi = 1.96 \psi \cdot 10^{(48.89 - 1.558V + 0.0266V^2) \lg V - 38} \frac{V - 8.43}{0.9V - 1.31}, \quad (7)$$

$$n = 0.32 - 0.0122V, \quad m = 1.688 - 0.18V + 0.00538V^2, \quad \psi = 0.8,$$

где  $[\rho] = \text{г/см}^3$ ,  $[V] = \text{км/с}$ . Представленные ниже расчеты выполнены при значениях параметров, характерных для входа в атмосферу Челябинского метеороида [12]:  $V_e = 19$  км/с,  $R_e = 10$  м,  $\theta = 18^\circ$ , плотность метеороида  $\delta = 3.3$  г/см<sup>3</sup>. Полагалось, что  $Q = 8$  км<sup>2</sup>/с<sup>2</sup> (теплота испарения обыкновенных хондритов [19]),  $\mu = 2/3$ ,  $C_D = 1$ , форма тела сферическая. Численное решение найдено тремя способами: а) система (1) решалась явным методом Эйлера (первого порядка); б) система (3), (2) решалась аналитическим (итерационным) методом (6); в) система (3), (2) решалась численно-аналитическим (безытерационным) методом. В случаях а и в было проведено несколько расчетов с разными шагами по вертикальной координате  $z$ . Представленные на рис. 2 результаты получены с шагом 0.5 км. Этот шаг обеспечивает точность вычислений массы и скорости метеороида менее 2%. Расхождение результатов, полученных тремя способами, не превышает 2%.

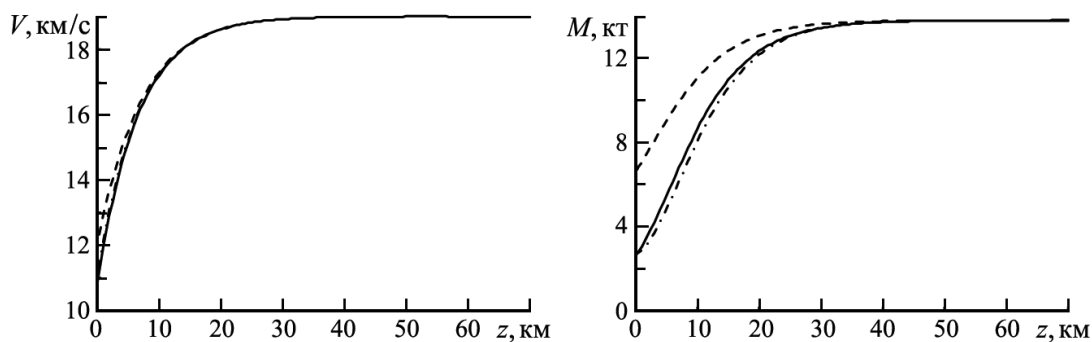


Рис. 2. Сравнение решений, полученных при  $\sigma = 0.007$  (пунктирные линии);  $0.0143 \text{ с}^2/\text{км}^2$  (штрихпунктирные) и при переменном значении  $\sigma$  (сплошные)

На рис. 2 показаны значения скорости и массы метеороида при постоянных значениях параметра абляции  $\sigma = 0.007$  и  $0.0143 \text{ с}^2/\text{км}^2$  и переменном значении  $\sigma$ , рассчитываемом вдоль траектории по формуле (7). Видно, что заметное изменение массы метеороида начинает происходить значительно

раньше, чем изменение его скорости, и что относительная масса метеороида убывает гораздо быстрее, чем его относительная скорость. Как следует из рис. 2, значения скорости и массы, полученные с использованием корреляции (7), близки к значениям, полученным при расчетах с  $\sigma = 0.0143 \text{ с}^2/\text{км}^2$ . Это значение параметра абляции практически совпадает со средним наблюдательным значением  $\sigma = 0.014 \text{ с}^2/\text{км}^2$  для обыкновенных хондритов [3, 10].

Работа выполнена в соответствии с планом исследований НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова при частичной поддержке РФФИ, проект № 18–01–00740.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бронштэн В.А.* Физика метеорных явлений. М.: Наука, 1981.
2. *Немчинов И.В., Попова О.П.* Анализ Сихотэ-Алинского события 1947 г. и его сравнение с явлением 1 февраля 1994 г. // *Астрон. вестн.* 1997. **31**, № 5. 458–471.
3. *Ceplecha Z., Borovička J., Elford W.G., ReVelle D.O., Hawkes R.L., Porubčan V., Šimek M.* Meteor phenomena and bodies // *Space Sci. Rev.* 1998. **84**. 327–471.
4. *Турский Г.А., Ханукаева Д.Ю.* Баллистика дробящегося метеороида с учетом уноса массы в неизотермической атмосфере. II // *Космич. исслед.* 2008. **46**, № 2. 122–134.
5. *Avramenko M.I., Glazyrin I.V., Ionov G.V., Karpeev A.V.* Simulation of the airwave caused by the Chelyabinsk superbolide // *J. Geophys. Res. Atmospheres.* 2014. **119**. 7035–7050.
6. *Григорян С.С., Ибодов Ф.С., Ибодов С.И.* Челябинский суперболид: к физике взрыва // *Астрон. вестн.* 2013. **47**, № 4. 292–298.
7. *Collins G.S., Lynch E., McAdam R., Davison T.M.* A numerical assessment of simple airblast models of impact airbursts // *Meteoritics and Planetary Sci.* 2017. **52**. 1542–1560.
8. *Register P.J., Mathias D.L., Wheeler L.F.* Asteroid fragmentation approaches for modeling atmospheric energy deposition // *Icarus.* 2017. **284**. 157–166.
9. *Брыкина И.Г.* О модели фрагментации крупного метеороида: моделирование взаимодействия Челябинского метеороида с атмосферой // *Астрон. вестн.* 2018. **52**, № 5. 437–446.
10. *Ceplecha Z., ReVelle D.O.* Fragmentation model of meteoroid motion, mass loss, and radiation in the atmosphere // *Meteoritics and Planetary Sci.* 2005. **40**, N 1. 35–54.
11. *Borovička J., Tóth J., Igaz A., Spurný P., Kalenda P., Haloda J., Svoreň J., Kornos L., Silber E., Brown P., Husarik M.* The Košice meteorite fall: Atmospheric trajectory, fragmentation, and orbit // *Meteoritics and Planetary Sci.* 2013. **48**, N 10. 1757–1779.
12. *Borovička J., Spurný P., Brown P., Wiegert P., Kalenda P., Clark D., Shrbený L.* The trajectory, structure and origin of the Chelyabinsk asteroidal impactor // *Nature.* 2013. **503**. 235–237.
13. *Попова О.П., Дженнискенс П., Глазачев Д.О.* Фрагментация Челябинского метеороида // *Динамические процессы в геосферах: Сб. науч. тр. ИДГ РАН. Вып. 5.* М.: ГЕОС, 2014. 59–78.
14. *Borovička J., Popova O., Spurný P.* The Maribo CM2 meteorite fall — Survival of weak material at high entry speed // *Meteoritics and Planetary Sci.* 2019. **54**, N 5. 1024–1041.
15. *Brykina I., Bragin M.* Testing of the new meteoroid fragmentation model applied to the Chelyabinsk event // *Proc. Int. Meteor. Conf. Pezinok-Modra, Slovakia. August 30–September 2.* 2018. Hove, Belgium: IMO, 2019. 92–96.
16. *Брыкина И.Г., Брагин М.Д., Егорова Л.А.* О моделях фрагментации метеороидов в атмосфере // *Физико-химическая кинетика в газовой динамике.* 2019. **20**, вып. 2. 1–10.
17. *Стулов В.П., Мирский В.Н., Вислый А.И.* Аэродинамика болидов. М.: Наука, 1995.
18. *Брыкина И.Г., Турский Г.А.* Унос массы и световая кривая крупного метеороида. Аналитическое решение // *Прикл. матем. и механ.* 2017. **81**, № 5. 571–592.
19. *Baldwin B., Sheaffer Y.* Ablation and breakup of large meteoroids during atmospheric entry // *J. Geophys. Res.* 1971. **76**, N 19. 4653–4668.

Поступила в редакцию  
31.05.2019