Краткие сообщения

УДК 519.716.32

КВАЗИУНИВЕРСАЛЬНЫЙ БУЛЕВ АВТОМАТ С ЧЕТЫРЬМЯ КОНСТАНТНЫМИ СОСТОЯНИЯМИ

Л. Н. Сысоева [1]

Рассматривается задача о реализации булевых функций инициальными булевыми автоматами с константными состояниями и n входами, т.е. автоматами, такими, что в любом из состояний функция выхода совпадает с одной из булевых констант 0 или 1, зависящих от n переменных, $n \geqslant 1$. Построен пример инициального булева автомата с минимальным количеством константных состояний и n входами, реализующего максимальное возможное число булевых функций от n фиксированных переменных, при $n \geqslant 3$.

Ключевые слова: булева функция, инициальный автомат, реализация булевых функций.

The problem of realization of Boolean functions by initial Boolean automata with constant states and n inputs is considered. Initial Boolean automaton with constant states and n inputs is an initial automaton with output such that in all states output functions are n-ary constant Boolean functions 0 or 1. An example of an initial Boolean automaton with the minimum number of constant states and n inputs realizing the maximum possible number of n-ary Boolean functions, where $n \geqslant 3$, is constructed.

Key words: Boolean function, initial automaton, realization of Boolean functions.

Перечислим несколько различных постановок, связанных с реализацией булевых функций автоматами и логическими схемами над множествами автоматов. В работе В. А. Кузьмина [1] рассматривается следующий подход: автомат с входным и выходным алфавитами $\{0,1\}$ реализует заданную булеву функцию f от n переменных, если в моменты времени, кратные n, значение функции выхода автомата совпадает со значением функции f на наборе значений переменных, который соответствует определенному отрезку входной последовательности. В работе То Суан Зунга [2] рассматриваются логические схемы над конечными "базисными" множествами автоматов, при этом схема с n входами и одним выходом реализует заданную булеву функцию f от n переменных, если существует такое начальное состояние схемы, что для любой последовательности входных наборов значение функции выхода схемы в каждый момент времени совпадает со значением функции f на текущем входном наборе (другой вариант — значение функции выхода совпадает со значением f на входном наборе не в каждый момент времени, а только в некоторые моменты). Похожим образом понятие реализации булевых функций схемами в автоматных базисах вводится в работе В. А. Орлова [3]. Другой подход состоит в том, что наборы, на которых заданная булева функция принимает значение 1, рассматриваются как слова конечного языка, и исследуется автомат, представляющий этот язык (см., например, работу М. А. Кибкало [4]). Отметим, что в перечисленных работах автоматная реализация булевых функций исследуется с точки зрения изучения сложности.

В настоящей работе рассматривается такая постановка, что один инициальный автомат с фиксированным количеством входов n, выходные функции которого в каждом состоянии являются константами, может реализовать различные булевы функци от n переменных в зависимости от того, в какой последовательности булевы наборы подаются на его входы. Исследуется вопрос нахождения максимального количества различных булевых функций, которые может реализовать один такой автомат с заданным количеством состояний.

Пусть $P_2(n)$ — множество всех булевых функций, зависящих от фиксированных переменных $x_1, x_2, \ldots, x_n$, $n \geqslant 1$. Под булевым автоматом будем понимать автомат $V = (\{0,1\}, \{0,1\}, Q, F, G)$ с произвольным числом входов, входным алфавитом $\{0,1\}$, выходным алфавитом $\{0,1\}$, алфавитом состояний Q, функцией перехода G и функцией выхода F. Определения автомата и инициального автомата можно найти в [5, 6]. Пусть n — число входов автомата V. Без ограничения общности

[1] *Сысоева Любовь Николаевна* — канд. физ.-мат. наук, доцент каф. высшей математики НИУ "Высшая школа экономики", e-mail: s-luba@mail.ru.

Sysoeva Lyubov' Nikolaevna — Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associated Professor, National Research University, Higher School of Economics, Chair of Higher Mathematics.

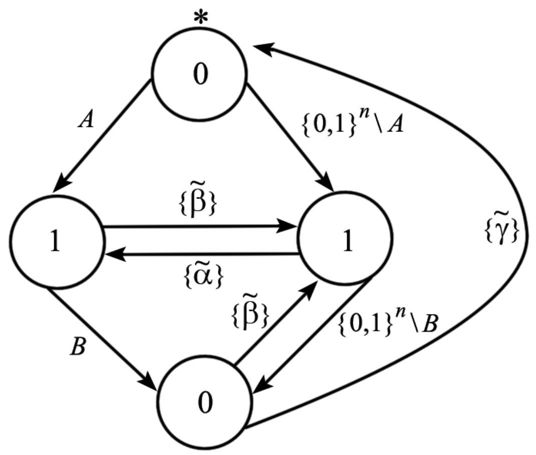
будем полагать, что входы автомата V занумерованы от 1 до n и на i-й вход автомата V подается значение булевой переменной x_i. Тем самым можно считать, что в каждый момент времени на входы автомата V подается некоторый двоичный набор значений переменных $x_1, x_2, \ldots, x_n$ и для любого состояния $q \in Q$ функция выхода $F(q, x_1, x_2, \ldots, x_n)$ является булевой функцией от переменных $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Булев автомат V будем называть булевым автоматом с константными состояниями, если для любого $q \in Q$ функция $F(q, x_1, x_2, \ldots, x_n)$ является константной булевой функцией 0 или 1.

Пусть $V_{q_1} = (\{0,1\}, \{0,1\}, Q, F, G, q_1)$ — инициальный булев автомат с начальным состоянием q_1 и n входами. Пусть $C = (\widetilde{\beta}_1, \widetilde{\beta}_2, \ldots, \widetilde{\beta}_{2^n})$ — упорядоченная последовательность всех двоичных наборов длины n, $n \geqslant 1$. Будем говорить, что автомат V_{q_1} с последовательностью C реализует булеву функцию $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, если при последовательной подаче на входы автомата V_{q_1} наборов из C в каждый момент $t = 1, 2, \ldots, 2^n$ на выходе автомата V_{q_1} выдается значение $f(\widetilde{\beta}_t)$. Будем также говорить, что функция f реализуется автоматом V_{q_1}, если существует последовательность наборов C, такая, что автомат V_{q_1} с последовательностью C реализует f. Последовательность C будем называть последовательностью подаваемых наборов. Обозначим через $P(V_{q_1})$ множество всех булевых функций, реализуемых автоматом V_{q_1}.

Обозначим через $\mathfrak{W}_k(n)$ множество всех инициальных булевых автоматов с k константными состояниями и n входами. Инициальные булевы автоматы из $\mathfrak{W}_k(n)$, которые реализуют максимальное по мощности множество булевых функций, называются квазиуниверсальными.

Задача об исследовании квазиуниверсальных автоматов была поставлена в работах [7, 8]. Были получены точные оценки максимального числа булевых функций от n фиксированных переменных, реализуемых автоматами из $\mathfrak{W}_2(n)$ и $\mathfrak{W}_3(n)$, и описаны все квазиуниверсальные автоматы с двумя и тремя константными состояниями при $n > 9$. Было доказано, что число различных булевых функций от n фиксированных переменных, реализуемых квазиуниверсальным автоматом из множества $\mathfrak{W}_2(n)$, равно $\frac{5}{8} \cdot 2^{2^n}$, а число различных булевых функций от n фиксированных переменных, реализуемых квазиуниверсальным автоматом из множества $\mathfrak{W}_3(n)$, равно $2^{2^n} - 2^n$ при $n > 9$. Также было доказано [9], что максимальное число булевых функций, которые можно реализовать одним инициальным булевым автоматом с константными состояниями, не превосходит $2^{2^n} - 2$, и был приведен пример квазиуниверсального автомата с $2^n + 2$ константными состояниями, реализущего все булевы функции от n фиксированных переменных, кроме констант, при $n \geqslant 1$.

В настоящей работе построен пример квазиуниверсального автомата из множества $\mathfrak{W}_4(n)$, реализующего $2^{2^n} - 2$ различных булевых функций от n фиксированных переменных, при $n \geqslant 3$. Тем самым построен пример инициального булева автомата с минимальным количеством константных состояний, реализующего максимальное возможное число булевых функций от n фиксированных переменных, при $n \geqslant 3$.



Пусть A — множество всех булевых наборов длины n с первым нулевым элементом; B — множество всех булевых наборов длины n со вторым нулевым элементом; $\widetilde{\alpha}, \widetilde{\beta}, \widetilde{\gamma}$ — различные наборы, такие, что $\widetilde{\alpha} \in A$, $\widetilde{\beta}, \widetilde{\gamma} \in \{0,1\}^n \setminus A$, $\widetilde{\alpha}, \widetilde{\gamma} \in B$, $\widetilde{\beta} \in \{0,1\}^n \setminus B$. Через V_4 обозначим инициальный булев автомат с четырьмя константными состояниями и диаграммой переходов, изображенной на рисунке, где $A, B, \{\widetilde{\alpha}\}, \{\widetilde{\beta}\}, \{\widetilde{\gamma}\} \subseteq \{0,1\}^n$, $n \geqslant 3$. В кружочках, обозначающих состояния, указаны символы, соответствующие функции выхода в этом состоянии, а на стрелках — множества всех наборов, таких, что при их подаче на вход автомата автомат из состояния, из которого идет стрелка, переходит в состояние, на которое указывает стрелка. Если подается набор, не указанный на диаграмме, то автомат остается в том же состоянии, в котором он находился в предыдущий момент времени. Звездочкой помечено начальное состояние автомата.

Теорема 1. *Для любого $n \geqslant 3$ инициальный булев автомат V_4 может реализовать любую булеву функцию от n переменных, отличную от константы.*

Доказательство. Пусть $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ — произвольная функция из $P_2(n)$, не являющаяся константой, $n \geqslant 3$. Укажем последовательность C всех двоичных наборов, такую, что автомат V_4 с последовательностью C реализует функцию f. В зависимости от значений, которые функция f принимает на наборах $\widetilde{\alpha}, \widetilde{\beta}$ и $\widetilde{\gamma}$, возникает восемь случаев.

1) Пусть $f(\widetilde{\alpha}) = f(\widetilde{\beta}) = f(\widetilde{\gamma}) = 0$. Тогда существует набор $\widetilde{\delta}$, такой, что $f(\widetilde{\delta}) = 1$. Рассмотрим два подслучая.

Пусть $\widetilde{\delta} \in B$. Построим следующую последовательность подаваемых наборов: сначала подаем набор $\widetilde{\alpha}$, затем все наборы из множества $\{0,1\}^n \backslash B$, на которых функция f принимает значение 1, потом набор $\widetilde{\delta}$, далее все наборы из множества $\{0,1\}^n \backslash \{\widetilde{\alpha}, \widetilde{\beta}, \widetilde{\gamma}\}$, на которых функция f принимает значение 0, затем набор $\widetilde{\gamma}$, набор $\widetilde{\beta}$ и, наконец, все наборы из множества B, на которых функция f принимает значение 1. Автомат V_4 с такой последовательностью подаваемых наборов реализует функцию f.

Пусть теперь $\widetilde{\delta} \in \{0,1\}^n \backslash B$. Построим следующую последовательность подаваемых наборов: сначала подаем набор $\widetilde{\beta}$, затем все наборы из множества B, на которых функция f принимает значение 1, потом набор $\widetilde{\delta}$, далее все наборы из множества $\{0,1\}^n \backslash \{\widetilde{\alpha}, \widetilde{\beta}, \widetilde{\gamma}\}$, на которых функция f принимает значение 0, затем набор $\widetilde{\gamma}$, набор $\widetilde{\alpha}$ и, наконец, все наборы из множества $\{0,1\}^n \backslash \{B \cup \widetilde{\delta}\}$, на которых функция f принимает значение 1. Автомат V_4 с такой последовательностью подаваемых наборов реализует функцию f.

Таким образом, автомат V_4 реализует все $2^{2^n-3} - 1$ функций, удовлетворяющих случаю 1.

2) Пусть $f(\widetilde{\alpha}) = f(\widetilde{\beta}) = 0, f(\widetilde{\gamma}) = 1$. Определим последовательность подаваемых наборов следующим образом: сначала подаем набор $\widetilde{\alpha}$, затем все наборы из множества $\{0,1\}^n \backslash B$, на которых функция f принимает значение 1, далее набор $\widetilde{\gamma}$, потом все наборы из множества $\{0,1\}^n \backslash \{\widetilde{\alpha}, \widetilde{\beta}, \widetilde{\gamma}\}$, на которых функция f принимает значение 0, затем набор $\widetilde{\beta}$ и, наконец, все наборы из множества $B \backslash \{\widetilde{\gamma}\}$, на которых функция f принимает значение 1. Автомат V_4 с такой последовательностью подаваемых наборов реализует функцию f.

Таким образом, автомат V_4 реализует все 2^{2^n-3} функций, удовлетворяющих случаю 2.

3) Пусть $f(\widetilde{\alpha}) = 0, f(\widetilde{\beta}) = 1, f(\widetilde{\gamma}) = 0$. Рассмотрим два подслучая.

Пусть f принимает на всех наборах множества $\{0,1\}^n \backslash (B \cup \{\widetilde{\beta}\})$ значение 0. Тогда существует набор $\widetilde{\varepsilon}$ из множества $\{0,1\}^n \backslash (A \cup \{\widetilde{\gamma}\})$, такой, что $f(\widetilde{\varepsilon}) = 0$. Построим следующую последовательность подаваемых наборов: сначала подаем набор $\widetilde{\varepsilon}$, затем все наборы из множества B, на которых функция f принимает значение 1, потом набор $\widetilde{\beta}$, далее все наборы из множества $\{0,1\}^n \backslash \{\widetilde{\alpha}, \widetilde{\beta}, \widetilde{\gamma}, \widetilde{\varepsilon}\}$, на которых функция f принимает значение 0, затем набор $\widetilde{\gamma}$, набор $\widetilde{\alpha}$ и, наконец, все наборы из множества $\{0,1\}^n \backslash (B \cup \{\widetilde{\beta}\})$, на которых функция f принимает значение 1. Автомат V_4 с такой последовательностью подаваемых наборов реализует функцию f.

Пусть теперь существует набор $\widetilde{\delta} \in \{0,1\}^n \backslash (B \cup \{\widetilde{\beta}\})$, такой, что $f(\widetilde{\delta}) = 1$. Построим следующую последовательность подаваемых наборов: сначала подаем набор $\widetilde{\alpha}$, затем все наборы из множества $\{0,1\}^n \backslash (B \cup \{\widetilde{\beta}, \widetilde{\delta}\})$, на которых функция f принимает значение 1, потом набор $\widetilde{\beta}$, далее все наборы из множества B, на которых функция f принимает значение 1, затем набор $\widetilde{\delta}$, потом все наборы из множества $\{0,1\}^n \backslash \{\widetilde{\alpha}, \widetilde{\beta}, \widetilde{\gamma}\}$, на которых функция f принимает значение 0 и, наконец, набор $\widetilde{\gamma}$. Автомат V_4 с такой последовательностью подаваемых наборов реализует функцию f.

Таким образом, автомат V_4 реализует все 2^{2^n-3} функций, удовлетворяющих случаю 3.

4) Пусть $f(\widetilde{\alpha}) = 1, f(\widetilde{\beta}) = 0, f(\widetilde{\gamma}) = 0$. Рассмотрим два подслучая.

Пусть f принимает на всех наборах множества $B \backslash \{\widetilde{\alpha}\}$ значение 0. Тогда существует набор $\widetilde{\varepsilon}$ из множества $A \backslash \{\widetilde{\alpha}\}$, такой, что $f(\widetilde{\varepsilon}) = 0$. Построим следующую последовательность подаваемых наборов: сначала подаем набор $\widetilde{\varepsilon}$, затем все наборы из множества $\{0,1\}^n \backslash B$, на которых функция f принимает значение 1, потом набор $\widetilde{\alpha}$, далее все наборы из множества $\{0,1\}^n \backslash \{\widetilde{\alpha}, \widetilde{\beta}, \widetilde{\gamma}, \widetilde{\varepsilon}\}$, на которых функция f принимает значение 0, затем набор $\widetilde{\gamma}$, набор $\widetilde{\beta}$ и, наконец, все наборы из множества $B \backslash \{\widetilde{\alpha}\}$, на которых функция f принимает значение 1. Автомат V_4 с такой последовательностью подаваемых наборов реализует функцию f.

Пусть теперь существует набор $\widetilde{\delta} \in B \backslash \{\widetilde{\alpha}\}$, такой, что $f(\widetilde{\delta}) = 1$. Построим следующую последовательность подаваемых наборов: сначала подаем набор $\widetilde{\beta}$, затем все наборы из множества $B \backslash \{\widetilde{\alpha}, \widetilde{\delta}\}$, на которых функция f принимает значение 1, потом набор $\widetilde{\alpha}$, далее все наборы из множества $\{0,1\}^n \backslash (B \cup \{\widetilde{\beta}\})$, на которых функция f принимает значение 1, затем набор $\widetilde{\delta}$, потом все наборы из множества $\{0,1\}^n \backslash \{\widetilde{\alpha}, \widetilde{\beta}, \widetilde{\gamma}\}$, на которых функция f принимает значение 0 и, наконец, набор $\widetilde{\gamma}$. Автомат V_4 с такой последовательностью подаваемых наборов реализует функцию f.

Таким образом, автомат V_4 реализует все 2^{2^n-3} функций, удовлетворяющих случаю 4.

5) Пусть $f(\widetilde{\alpha}) = 0, f(\widetilde{\beta}) = f(\widetilde{\gamma}) = 1$. Рассмотрим два подслучая.

Пусть f принимает на всех наборах множества $\{0,1\}^n \backslash (B \cup \{\widetilde{\beta}\})$ значение 0. Тогда существует набор $\widetilde{\varepsilon}$ из множества $\{0,1\}^n \backslash A$, такой, что $f(\widetilde{\varepsilon}) = 0$. Построим следующую последовательность подаваемых наборов: сначала подаем набор $\widetilde{\varepsilon}$, затем все наборы из множества B, на которых функция f принимает значение 1, потом набор $\widetilde{\beta}$, далее все наборы из множества $\{0,1\}^n \backslash \{\widetilde{\varepsilon}\}$, на которых функция f принимает значение 0. Автомат V_4 с такой последовательностью подаваемых наборов реализует функцию f.

Пусть теперь существует набор $\widetilde{\delta} \in \{0,1\}^n \backslash (B \cup \{\widetilde{\beta}\})$, такой, что $f(\widetilde{\delta}) = 1$. Построим следующую последовательность подаваемых наборов: сначала подаем набор $\widetilde{\alpha}$, затем все наборы из множества $\{0,1\}^n \backslash (B \cup \{\widetilde{\beta}\})$, на которых функция f принимает значение 1, потом набор $\widetilde{\beta}$, далее все наборы из множества B, на которых функция f принимает значение 1, затем набор $\widetilde{\delta}$ и, наконец, все наборы из множества $\{0,1\}^n \backslash \{\widetilde{\alpha}\}$, на которых функция f принимает значение 0. Автомат V_4 с такой последовательностью подаваемых наборов реализует функцию f.

Таким образом, автомат V_4 реализует все 2^{2^n-3} функций, удовлетворяющих случаю 5.

6) Пусть $f(\widetilde{\alpha}) = 1, f(\widetilde{\beta}) = 0, f(\widetilde{\gamma}) = 1$.

Построим следующую последовательность подаваемых наборов: сначала подаем набор $\widetilde{\beta}$, затем все наборы из множества $B \backslash \{\widetilde{\alpha}, \widetilde{\gamma}\}$, на которых функция f принимает значение 1, потом набор $\widetilde{\alpha}$, далее все наборы из множества $\{0,1\}^n \backslash B$, на которых функция f принимает значение 1, затем набор $\widetilde{\gamma}$ и, наконец, все наборы из множества $\{0,1\}^n \backslash \{\widetilde{\beta}\}$, на которых функция f принимает значение 0. Автомат V_4 с такой последовательностью подаваемых наборов реализует функцию f.

Таким образом, автомат V_4 реализует все 2^{2^n-3} функций, удовлетворяющих случаю 6.

7) Пусть $f(\widetilde{\alpha}) = f(\widetilde{\beta}) = 1, f(\widetilde{\gamma}) = 0$. Рассмотрим два подслучая.

Пусть f принимает на всех наборах множества $\{0,1\}^n \backslash (B \cup \{\widetilde{\beta}\})$ значение 0. Тогда существуют наборы $\widetilde{\delta} \in A$ и $\widetilde{\varepsilon} \in \{0,1\}^n \backslash (A \cup \{\widetilde{\gamma}\})$, такие, что $f(\widetilde{\delta}) = f(\widetilde{\varepsilon}) = 0$. Построим следующую последовательность подаваемых наборов: сначала подаем набор $\widetilde{\delta}$, затем все наборы из множества $\{0,1\}^n \backslash (B \cup \{\widetilde{\beta}\})$, на которых функция f принимает значение 1, потом набор $\widetilde{\alpha}$, далее все наборы из множества $\{0,1\}^n \backslash \{\widetilde{\gamma}, \widetilde{\delta}, \widetilde{\varepsilon}\}$, на которых функция f принимает значение 0, затем набор $\widetilde{\gamma}$, набор $\widetilde{\varepsilon}$, далее все наборы из множества $B \backslash \{\widetilde{\alpha}\}$, на которых функция f принимает значение 1 и, наконец, набор $\widetilde{\beta}$. Автомат V_4 с такой последовательностью подаваемых наборов реализует функцию f.

Пусть теперь существует такой набор $\widetilde{\eta}$ из множества $\{0,1\}^n \backslash (B \cup \{\widetilde{\beta}\})$, что $f(\widetilde{\eta}) = 1$. Построим следующую последовательность подаваемых наборов: сначала подаем набор $\widetilde{\gamma}$, затем все наборы из множества $B \backslash \{\widetilde{\alpha}\}$, на которых функция f принимает значение 1, потом набор $\widetilde{\alpha}$, далее все наборы из множества $\{0,1\}^n \backslash (B \cup \{\widetilde{\beta}, \widetilde{\eta}\})$, на которых функция f принимает значение 1, затем набор $\widetilde{\beta}$, набор $\widetilde{\eta}$ и, наконец, все наборы из множества $\{0,1\}^n \backslash \{\widetilde{\gamma}\}$, на которых функция f принимает значение 0. Автомат V_4 с такой последовательностью подаваемых наборов реализует функцию f.

Таким образом, автомат V_4 реализует все 2^{2^n-3} функций, удовлетворяющих случаю 7.

8) Пусть $f(\widetilde{\alpha}) = f(\widetilde{\beta}) = f(\widetilde{\gamma}) = 1$. Рассмотрим два подслучая.

Пусть f принимает на всех наборах множества A значение 1. Тогда существуют наборы $\widetilde{\delta}$ из множества $\{0,1\}^n \backslash A$ и $\widetilde{\varepsilon}$ из множества $\{0,1\}^n \backslash (B \cup \{\widetilde{\beta}\})$, такие, что $f(\widetilde{\delta}) = 0$ и $f(\widetilde{\varepsilon}) = 1$. Построим следующую последовательность подаваемых наборов: сначала подаем набор $\widetilde{\delta}$, затем все наборы из множества $B \backslash \{\widetilde{\alpha}\}$, на которых функция f принимает значение 1, потом набор $\widetilde{\alpha}$, далее все наборы из множества $\{0,1\}^n \backslash (B \cup \{\widetilde{\beta}, \widetilde{\varepsilon}\})$, на которых функция f принимает значение 1, затем набор $\widetilde{\beta}$, набор $\widetilde{\varepsilon}$ и, наконец, все наборы из множества $\{0,1\}^n \backslash \{\widetilde{\delta}\}$, на которых функция f принимает значение 0. Автомат V_4 с такой последовательностью подаваемых наборов реализует функцию f.

Пусть теперь существует набор $\widetilde{\eta} \in A$, такой, что $f(\widetilde{\eta}) = 0$. Построим следующую последовательность подаваемых наборов: сначала подаем набор $\widetilde{\eta}$, затем все наборы из множества $\{0,1\}^n \backslash (B \cup \{\widetilde{\beta}\})$, на которых функция f принимает значение 1, потом набор $\widetilde{\beta}$, далее все наборы из множества $B \backslash \{\widetilde{\alpha}, \widetilde{\gamma}\}$, на которых функция f принимает значение 1, затем набор $\widetilde{\alpha}$, набор $\widetilde{\gamma}$ и, наконец, все наборы из множества $\{0,1\}^n \backslash \{\widetilde{\eta}\}$, на которых функция f принимает значение 0. Автомат V_4 с такой последовательностью подаваемых наборов реализует функцию f.

Таким образом, автомат V_4 реализует все $2^{2^n-3} - 1$ функций, удовлетворяющих случаю 8.

Суммируя из каждого случая количество функций, которые может реализовать автомат V_4, получаем, что V_4 может реализовать ровно $2^{2^n} - 2$ различных булевых функций от n переменных, $n \geqslant 3$. Теорема доказана. $\square$

Автор выражает искреннюю признательность Р. М. Колпакову за постановку задачи и обсуждение результатов работы и О. С. Дудаковой за ценные советы и замечания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кузьмин В.А.* Реализация функций алгебры логики автоматами, нормальными алгорифмами и машинами Тьюринга // Проблемы кибернетики. 1965. Вып. 13. 75–96.
2. *То Суан Зунг.* Об асимптотических закономерностях сложности автоматов из некоторых классов // Проблемы кибернетики. 1970. Вып. 22. 5–44.
3. *Орлов В.А.* О сложности реализации ограниченно-детерминированных операторов схемами в автоматных базисах // Проблемы кибернетики. 1973. Вып. 26. 141–182.
4. *Кибкало М.А.* Автоматная сложность булевых функций из классов Поста: Канд. дис. М., 2013.
5. *Яблонский С.В.* Введение в дискретную математику. М.: Высшая школа, 2006.
6. Конспект лекций О. Б. Лупанова по курсу “Введение в математическую логику” / Отв. ред. А. Б. Угольников. М.: Изд-во ЦПИ при мех.-мат. ф-те МГУ, 2007.
7. *Сысоева Л.Н.* Максимальное число булевых функций, реализуемых инициальным булевым автоматом с двумя константными состояниями // Вестн. Моск. ун-та. Матем. Механ. 2016. № 4. 12–17.
8. *Сысоева Л.Н.* Оценки числа булевых функций, реализуемых инициальным булевым автоматом с тремя константными состояниями // Вестн. Моск. ун-та. Матем. Механ. 2017. № 2. 19–28.
9. *Сысоева Л.Н.* Квазиуниверсальные инициальные булевы автоматы с константными состояниями // Мат-лы XII Междунар. семинара “Дискретная математика и ее приложения” имени академика О.Б. Лупанова (Москва, МГУ, 20–25 июня 2016 г.) / Под общ. ред. О. М. Касим-Заде. М.: Изд-во ЦПИ при мех.-мат. ф-те МГУ, 2016. 229–232.

Поступила в редакцию
31.10.2018

УДК 517.958:531.332

ОБ АСИМПТОТИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ СОСТОЯНИЙ РАВНОВЕСИЯ ДЛЯ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ КАРЛЕМАНА И ГОДУНОВА–СУЛТАНГАЗИНА

С. А. Духновский[1]

Исследуются одномерные системы уравнений Карлемана и Годунова–Султангазина для двух и трех групп частиц соответственно. Данные системы являются частным случаем дискретного кинетического уравнения Больцмана. Приводятся теоремы существования глобального решения данных систем для возмущений в весовом пространстве Соболева, откуда следует экспоненциальная стабилизация к состоянию равновесия.

Ключевые слова: система Карлемана, система Годунова–Султангазина, теорема существования, асимптотическая устойчивость, число Кнудсена.

One-dimensional systems of Carleman and Godunov–Sultangazin are studied for two and three groups of particles, respectively. These systems are a special case of the discrete Boltzmann kinetic equation. Theorems on existence of global solution to these systems for perturbations in the weighted Sobolev space are presented. Thus, an exponential stabilization to the equilibrium state is obtained.

Key words: Carleman system, Godunov–Sultangazin system, existence theorem, asymptotic stability, Knudsen number.

[1] *Духновский Сергей Анатольевич* — преп. каф. прикладной математики НИУ МГСУ, e-mail: sergeidukhnvskijj@rambler.ru.

Dukhnovsky Sergey Anatol'evich — Teacher, Moscow State University of Civil Engineering (MGSU), Department of Applied Mathematics.