

Если функция $\delta(\alpha)$ не периодическая, то рассматриваемая диссипативная система является системой, обладающей переменной диссипацией с ненулевым средним (т.е. она является собственно диссипативной, или системой с разгоняющими силами). Тем не менее и в этом случае можно получить явный вид трансцендентных первых интегралов, выражающихся через конечную комбинацию элементарных функций. Последнее также представляет собой новый *нетривиальный* случай интегрируемости диссипативных систем в явном виде.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шамолин М.В. Маломерные и многомерные маятники в неконсервативном поле. Ч. 1 // Итоги науки и техники. Сер. Современная математика и ее приложения. Тематические обзоры. 2017. **134**. 6–128.
2. Шамолин М.В. Маломерные и многомерные маятники в неконсервативном поле. Ч. 2 // Итоги науки и техники. Сер. Современная математика и ее приложения. Тематические обзоры. 2017. **135**. 3–93.
3. Шамолин М.В. Новые случаи интегрируемых систем с диссипацией на касательном расслоении двумерного многообразия // Докл. РАН. 2017. **475**, № 5. 519–523.
4. Шамолин М.В. Новые случаи интегрируемых систем с диссипацией на касательном расслоении трехмерного многообразия // Докл. РАН. 2017. **477**, № 2. 168–172.
5. Шамолин М.В. Новые случаи интегрируемых систем с диссипацией на касательном расслоении четырехмерного многообразия // Докл. РАН. 2018. **479**, № 3. 270–276.
6. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия. М.: Наука, 1979.
7. Дубровин Б.А., Новиков С.П. О скобках Пуассона гидродинамического типа // Докл. АН СССР. 1984. **219**, № 2. 228–237.
8. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. М.: Наука, 1987.
9. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Наука, 1971.
10. Шамолин М.В. Об интегрируемости в трансцендентных функциях // Успехи матем. наук. 1998. **53**, вып. 3. 209–210.
11. Шамолин М.В. Интегрируемые системы с переменной диссипацией на касательном расслоении к многомерной сфере и приложения // Фунд. и прикл. матем. 2015. **20**, вып. 4. 3–231.

Поступила в редакцию
24.04.2018

УДК 511

ВЫТЕСНЕНИЕ НЕФТИ СМЕСЬЮ ГАЗОВ И ВОДЫ С ТЕПЛОТЫДЕЛЕНИЕМ

Д. И. Романова¹, В. Р. Душин², В. Ф. Никитин³

В статье приводятся результаты численного моделирования термогазового вытеснения нефти из пористого коллектора. Вытеснение производится посредством нагретой смеси газа и воды. Закачиваемый газ — двухкомпонентный, состоит из азота и кислорода. В процессе реакции выделяются тепло, углекислый газ и водяной пар. В результате теплотыделения вязкость нефти снижается и процесс вытеснения ускоряется.

Ключевые слова: термогазовый метод, вытеснение нефти, пористая среда, трехфазный поток.

The paper presents the results of numerical modeling of thermogas displacement of oil from a porous reservoir. In this method, displacement is performed by means of a heated mixture

¹ Романова Дарья Игоревна — асп. каф. гидромеханики мех.-мат. ф-та МГУ, e-mail: romanovadi@gmail.com.

² Душин Владислав Роевдович — канд. физ.-мат. наук, доцент каф. газовой и волновой динамики мех.-мат. ф-та МГУ, e-mail: vladdush@rambler.ru.

³ Никитин Валерий Федорович — канд. физ.-мат. наук, доцент каф. газовой и волновой динамики мех.-мат. ф-та МГУ, e-mail: vfnikster@gmail.com.

Romanova Daria Igorevna — Postgraduate, Lomonosov Moscow State University, Faculty of Mechanics and Mathematics, Chair of Hydromechanics.

Dushin Vladislav Roaldovich — Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Assistant Professor, Lomonosov Moscow State University, Faculty of Mechanics and Mathematics, Chair of Gas and Wave Dynamics.

Nikitin Valeriy Fedorovich — Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Assistant Professor, Lomonosov Moscow State University, Faculty of Mechanics and Mathematics, Chair of Gas and Wave Dynamics.

of gas and water. The injected gas is a two-component gas consisting of nitrogen and oxygen. During the reaction, heat, carbon dioxide and water vapor are released. As a result of heat release, the viscosity of oil decreases and the displacement process accelerates.

Key words: thermogas method, oil displacement, porous medium, three-phase flow.

1. Введение. Метод термогазового вытеснения нефти [1], рассмотренный в настоящей работе, используется для повышения нефтеотдачи пласта. Он заключается в том, что в нагнетательную скважину подается нагретая смесь воды и газа. Газ — это смесь азота и кислорода, в частности воздух. Нагретый кислород вступает в реакцию с углеводородом, в результате чего происходит его окисление с выделением тепла, образуются углекислый газ и водяной пар. Температура флюида повышается, а вязкость падает, тем самым ускоряется процесс вытеснения нефти из пласта.

Для описания процесса вытеснения используется трехфазная модель флюида в пористой среде. Три фазы — вода, нефть и газ — не смешиваются, имеют единую температуру и различное давление; разность давлений фаз характеризуется капиллярными давлениями. Среда, внутри которой залегает нефть, пористая с пористостью $\phi = 0.2$. Движение флюида в такой среде называется фильтрационным и описывается уравнениями Дарси. Скелет имеет отличную от флюида температуру, и тем самым модель пористой среды является двухтемпературной.

2. Математическая модель. Процесс вытеснения нефти из пласта описывается законами сохранения массы, количества движения и энергии. После необходимых преобразований из вышеперечисленных общих законов получается система из десяти уравнений: семь уравнений баланса массы (для трех фаз и четырех компонентов газовой фазы), уравнение для давления, уравнение для температуры потока и уравнение для температуры скелета. Выпишем их в соответствующем порядке:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_g s_g \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_g \mathbf{w}_g) &= \dot{m}_g, & \frac{\partial Y_{O_2} \rho_g s_g \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (Y_{O_2} \rho_g \mathbf{w}_g) &= \dot{m}_{O_2}, \\ \frac{\partial \rho_w s_w \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_w \mathbf{w}_w) &= \dot{m}_w, & \frac{\partial Y_{CO_2} \rho_g s_g \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (Y_{CO_2} \rho_g \mathbf{w}_g) &= \dot{m}_{CO_2}, \\ \frac{\partial \rho_o s_o \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_o \mathbf{w}_o) &= \dot{m}_o, & \frac{\partial Y_{H_2O(g)} \rho_g s_g \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (Y_{H_2O(g)} \rho_g \mathbf{w}_g) &= \dot{m}_{H_2O(g)}, \\ & & \sum_{i=w,o,g} \phi s_i \frac{\partial \rho_i}{\partial t} - \nabla \cdot \left(\sum_{i=w,o,g} \rho_i \frac{k k_{ri}}{\mu_i} \nabla p_i \right) &= 0, \\ & & \frac{\partial \phi \rho E}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{w} H &= -\nabla \cdot \mathbf{q} + Q_r + Q_s, \\ & & \frac{\partial (1 - \phi) \rho_s E_s}{\partial t} &= -\nabla \cdot \mathbf{q}_s - Q_s. \end{aligned}$$

Здесь s_i — объемная доля каждой из фаз в потоке; \mathbf{w}_i — средняя скорость фильтрации фазы, индекс i показывает фазу: w — жидкая водная фаза (water), o — углеводородная фаза или нефтяная (oil), g — газообразная фаза (gas). Так как газовая фаза состоит из нескольких компонентов, концентрация которых важна для расчета параметров задачи, вводятся массовые доли компонентов газовой смеси Y_j , $j = N_2, O_2, CO_2, H_2O(g)$. Далее \dot{m}_k — скорость притока массы в соответствующую фазу или компонент; ρ_k — плотность; k — проницаемость; k_{ri} — относительная проницаемость фазы; p_i — фазовое давление; μ_i — вязкость; E — тепловая энергия флюида; E_s — тепловая энергия скелета; H — энтальпия; \mathbf{q} — приток тепла к флюиду; \mathbf{q}_s — приток тепла к скелету; Q_r — поток тепла, полученный за счет химической реакции; Q_s — теплообмен между скелетом и флюидом.

В данных уравнениях использовались следующие обозначения:

$\rho_i = \rho_i(p, T)$ — плотности фаз, линейно зависящие от общей функции давления и обратно пропорциональные температуре:

$$\begin{aligned} \rho_w &= \frac{\rho_{0H_2O} + a_{0H_2O}^{-2} (p - p_0)}{1 + \beta_w (T - T_0)}, & \rho_o &= \frac{\rho_{0C_nH_m} + a_{0C_nH_m}^{-2} (p - p_0)}{1 + \beta_o (T - T_0)}, \\ \rho_g &= \frac{p}{RT} \left(\frac{Y_{N_2}}{W_{N_2}} + \frac{Y_{O_2}}{W_{O_2}} + \frac{Y_{CO_2}}{W_{CO_2}} + \frac{Y_{H_2O(g)}}{W_{H_2O}} \right)^{-1}, \end{aligned}$$

$\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 998 \text{ кг/м}^3$, $\rho_{\text{C}_n\text{H}_m} = 850 \text{ кг/м}^3$ (с учетом формулы углеводорода C_8H_{18}) — плотности при опорных условиях;
 $a_{\text{H}_2\text{O}} = 1400 \text{ м/с}$, $a_{\text{C}_n\text{H}_m} = 1300 \text{ м/с}$ — скорости звука;
 $p_0 = 10^6 \text{ Па}$ — давление при опорных условиях;
 $T_0 = 400 \text{ К}$ — температура при опорных условиях;
 $\beta_w = 0.0011 \text{ 1/К}$, $\beta_o = 0.0008701 \text{ 1/К}$ — коэффициенты объемного расширения за счет тепла;
 $R = 8.314 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$ — универсальная газовая постоянная;
 $W_{\text{N}_2} = 0.02801 \text{ кг/моль}$, $W_{\text{O}_2} = 0.032 \text{ кг/моль}$, $W_{\text{CO}_2} = 0.04401 \text{ кг/моль}$, $W_{\text{H}_2\text{O}} = 0.01802 \text{ кг/моль}$ — молярные массы соответствующих веществ.

Вязкость фазы воды μ_w вычисляется по формуле [2, с. 36, формула 1.53]

$$\frac{0.001}{\mu_w} = 9 \cdot 10^{-6} T^2 - 0.03 T - 8.3,$$

которая позволяет с высокой точностью определить динамическую вязкость воды в $\text{Па} \cdot \text{с}$ при изменении температуры от 300 до 900 К.

Для вычисления вязкости углеводородной фазы μ_o используем соотношение [2, с. 34, формула 1.50]

$$\mu_o = \rho_o(T, p) \cdot 10^{-6} (\nu^0 \cdot 10^6 + 6 \cdot 10^{-7}) \left(\frac{T^0 - 273.15}{T - 273.15} \right)^4 - 6 \cdot 10^{-7},$$

кинематическая вязкость нефти (C_8H_{18}) ν^0 при температуре $T^0 = 243.15 \text{ К}$ составляет $0.001 \text{ м}^2/\text{с}$.

Вязкость газовой фазы μ_g находится из соотношения Аррениуса [3]:

$$\mu_g = (\mu_{\text{N}_2})^{x_{\text{N}_2}} \cdot (\mu_{\text{O}_2})^{x_{\text{O}_2}} \cdot (\mu_{\text{CO}_2})^{x_{\text{CO}_2}} \cdot (\mu_{\text{H}_2\text{O}(\text{g})})^{x_{\text{H}_2\text{O}(\text{g})}},$$

где $x_i = \frac{Y_i/W_i}{\sum_i Y_i/W_i}$ — мольная доля соответствующего вещества.

Вязкости компонентов газовой фазы вычислялись по формуле Сазерленда [3]:

$$\begin{aligned} \mu_{\text{N}_2} &= \mu_{0\text{N}_2} \frac{T_{0\text{N}_2} + C_{\text{N}_2}}{T + C_{\text{N}_2}} \left(\frac{T}{T_{0\text{N}_2}} \right)^{3/2}, & \mu_{\text{O}_2} &= \mu_{0\text{O}_2} \frac{T_{0\text{O}_2} + C_{\text{O}_2}}{T + C_{\text{O}_2}} \left(\frac{T}{T_{0\text{O}_2}} \right)^{3/2}, \\ \mu_{\text{CO}_2} &= \mu_{0\text{CO}_2} \frac{T_{0\text{CO}_2} + C_{\text{CO}_2}}{T + C_{\text{CO}_2}} \left(\frac{T}{T_{0\text{CO}_2}} \right)^{3/2}, & \mu_{\text{H}_2\text{O}(\text{g})} &= \mu_{0\text{H}_2\text{O}(\text{g})} \frac{T_{0\text{H}_2\text{O}(\text{g})} + C_{\text{H}_2\text{O}(\text{g})}}{T + C_{\text{H}_2\text{O}(\text{g})}} \left(\frac{T}{T_{0\text{H}_2\text{O}(\text{g})}} \right)^{3/2}. \end{aligned}$$

Для расчета были использованы следующие коэффициенты:

$$\mu_{0\text{N}_2} = 17.81 \cdot 10^{-6} \text{ Па} \cdot \text{с}, C_{\text{N}_2} = 111 \text{ К}, T_{0\text{N}_2} = 300.55 \text{ К},$$

$$\mu_{0\text{O}_2} = 20.18 \cdot 10^{-6} \text{ Па} \cdot \text{с}, C_{\text{O}_2} = 127 \text{ К}, T_{0\text{O}_2} = 292.25 \text{ К},$$

$$\mu_{0\text{CO}_2} = 14.8 \cdot 10^{-6} \text{ Па} \cdot \text{с}, C_{\text{CO}_2} = 240 \text{ К}, T_{0\text{CO}_2} = 293.15 \text{ К},$$

$$\mu_{0\text{H}_2\text{O}(\text{g})} = 18 \cdot 10^{-6} \text{ Па} \cdot \text{с}, C_{\text{H}_2\text{O}(\text{g})} = 0 \text{ К}, T_{0\text{H}_2\text{O}} = 330 \text{ К}.$$

Для относительных проницаемостей, характеризующих способность одной фазы протекать через другую, рассмотрена модель Бэкера [4]:

$$k_{rw} = \frac{(s_o - s_{or})k_{rwo} + (s_g - s_{gr})k_{rwg}}{(s_o - s_{or}) + (s_g - s_{gr})}, k_{ro} = \frac{(s_w - s_{wr})k_{row} + (s_g - s_{gr})k_{rog}}{(s_w - s_{wr}) + (s_g - s_{gr})}, k_{rg} = \frac{(s_w - s_{wr})k_{rgw} + (s_o - s_{or})k_{rgo}}{(s_w - s_{wr}) + (s_o - s_{or})}.$$

Здесь $s_{wr} = 0.15$, $s_{gr} = 0$, $s_{or} = 0.2$ — остаточные насыщенности фаз; k_{rij} — относительные проницаемости в соответствующих двухфазных потоках, рассчитываемые по модели Брукса-Кори [5, 6]:

$$k_{rog}(s_o) = (S_o^*)^4, \quad k_{rgo}(s_o) = (1 - S_o^*)^2(1 - (S_o^*)^2), \quad S_o^* = \frac{s_o - s_{or}}{1 - s_{or} - s_{wr}};$$

$$k_{rwo}(s_w) = (S_w^*)^4, \quad k_{row}(s_w) = (1 - S_w^*)^2(1 - (S_w^*)^2), \quad S_w^* = \frac{s_w - s_{wr}}{1 - s_{wr} - s_{gr}};$$

$$k_{rwg}(s_w) = (S_w^*)^4, \quad k_{rgw}(s_w) = (1 - S_w^*)^2(1 - (S_w^*)^2), \quad S_w^* = \frac{s_w - s_{wr}}{1 - s_{wr} - s_{or}}.$$

Капиллярное давление аппроксимируется моделью Кори:

$$P_{cow} = c_w S_w^{-a}, \quad P_{cog} = c_g S_g^{-a},$$

где S_i — нормированные насыщенности, определяемые соотношениями

$$S_w = \frac{s_w}{1 - s_{orw}}, \quad S_g = \frac{s_g}{1 - s_{org}}.$$

Здесь $c_w = 5.5 \cdot 10^4$ Па, $c_g = 1$ Па — капиллярное давление при максимальной насыщенности ($s_i = 1$); $a = 0.5$ — коэффициент капиллярного давления, зависящий от размера пор; $s_{orw} = 0.3$, $s_{org} = 0.3$ — остаточные насыщенности в системах “нефть–вода” и “нефть–газ”.

Выражения для вычисления скоростей фильтрации фаз запишем в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_w &= -\frac{kk_{rw}}{\mu_w} \left\{ \nabla p + \left(\frac{M_w}{M} - 1 \right) \frac{dP_{cow}}{ds_w} \nabla s_w + \left(\frac{M_g}{M} \right) \frac{dP_{cog}}{ds_g} \nabla s_g \right\}, \\ \mathbf{w}_o &= -\frac{kk_{ro}}{\mu_o} \left\{ \nabla p + \left(\frac{M_w}{M} \right) \frac{dP_{cow}}{ds_w} \nabla s_w + \left(\frac{M_g}{M} \right) \frac{dP_{cog}}{ds_g} \nabla s_g \right\}, \\ \mathbf{w}_g &= -\frac{kk_{rg}}{\mu_g} \left\{ \nabla p + \left(\frac{M_w}{M} \right) \frac{dP_{cow}}{ds_w} \nabla s_w + \left(\frac{M_g}{M} - 1 \right) \frac{dP_{cog}}{ds_g} \nabla s_g \right\}, \\ M_i &= \rho_i \frac{kk_{ri}}{\mu_i}, \quad M = \sum_{i=w,o,g} M_i. \end{aligned}$$

Здесь $k = 10^{-14} \text{ м}^2$ — проницаемость, характеризующая способность пористого скелета пропускать через себя жидкость; в фигурных скобках указан градиент фазового давления, который разложен на слагаемые таким образом, чтобы в результирующем уравнении для давления при введении среднего давления p градиенты насыщенностей сократились.

Тепловая энергия флюида

$$\phi \rho E = \phi \rho_w s_w c_w T + \phi \rho_o s_o c_o T + \phi \rho_g s_g \sum_{j=N_2, O_2, CO_2, H_2O(g)} (c_{Vj} Y_j) T.$$

Здесь $c_w = 4180.6$ Дж/(кг·К); $c_o = 1800$ Дж/(кг·К); $c_{VN_2} = 1040$ Дж/(кг·К); $c_{VO_2} = 918$ Дж/(кг·К); $c_{VCO_2} = 820$ Дж/(кг·К); $c_{VH_2O(g)} = 2078.4$ Дж/(кг·К) — удельные теплоемкости, в случае газов — при постоянном объеме; T — температура флюида, единая для всех фаз.

Тепловая энергия скелета

$$\rho_s E_s = \rho_s c_s T_s, \quad c_s = 1000 \text{ Дж/(кг·К)}, \quad \rho_s = 2000 \text{ кг/м}^3.$$

Энтальпия флюида (сумма тепловой энергии и работы сил давления)

$$\rho \mathbf{w} H = \rho_w \mathbf{w}_w c_w T + \rho_o \mathbf{w}_o c_o T + \rho_g \mathbf{w}_g \sum_{j=N_2, O_2, CO_2, H_2O(g)} (c_{pj} Y_j) T.$$

Теплоемкости газов при постоянном давлении вычисляются по формуле

$$c_{Pj} = c_{Vj} \cdot \gamma_j, \quad j = N_2, O_2, CO_2, H_2O(g),$$

где $\gamma_{N_2} = 1.4$; $\gamma_{O_2} = 1.4$; $\gamma_{CO_2} = 1.35$; $\gamma_{H_2O(g)} = 1.3$ — показатели адиабаты.

Химическая энергия

$$Q_r = -\dot{m}_w h_w^0 - \dot{m}_o h_o^0 - \sum_{j=N_2, O_2, CO_2, H_2O(g)} \dot{m}_j h_j^0,$$

где $h_w^0 = -285.8 \cdot 10^3$ Дж/кг; $h_o^0 = -249.95 \cdot 10^3$ Дж/кг; $h_{N_2}^0 = 0$ Дж/кг; $h_{O_2}^0 = 0$ Дж/кг; $h_{CO_2}^0 = -393.5 \cdot 10^3$ Дж/кг; $h_{H_2O(g)}^0 = -241.8 \cdot 10^3$ Дж/кг — удельные энтальпии образования.

Потоки энергии, полученные за счет теплопроводности во флюиде и скелете, соответственно имеют вид

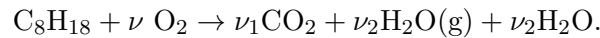
$$\nabla \cdot \mathbf{q} = \nabla \cdot (-\phi \kappa_f \nabla T) = \nabla \cdot \left(-\phi \sum_{i=w,o,g} s_i \kappa_i \nabla T \right), \quad \nabla \cdot \mathbf{q}_s = \nabla \cdot (-(1-\phi) \kappa_s \nabla T),$$

где $\kappa_w = 0.55$ Вт/(К·м); $\kappa_o = 0.128$ Вт/(К·м); $\kappa_g = 0.05$ Вт/(К·м); $\kappa_s = 2$ Вт/(К·м) — коэффициенты теплопроводности.

Приток тепла от скелета

$$Q_s = C(T_s - T), \quad C = 1100 \text{ Дж}/(\text{с} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{К}).$$

В скважину закачивается смесь азота и кислорода. Предполагается следующая реакция:



Баланс устанавливается при следующих стехиометрических коэффициентах:

$$\nu = 12.5; \quad \nu_1 = 8; \quad \nu_2 = 4.5.$$

Скорость реакции

$$\dot{\omega} = \kappa(T)(s_o - s_{or})(s_g - s_{gr})Y_{\text{O}_2} \left(\frac{p}{p_*} \right)^{\nu_*},$$

где $p_* = 2 \cdot 10^7$ Па; $\nu_* = 1$; $\kappa(T)$ — коэффициент скорости реакции, определяемый по закону Аррениуса [7]:

$$\kappa(T) = \begin{cases} 0, & T < T_r; \\ \Lambda e^{-\frac{T_a}{T}}, & T \geq T_r. \end{cases}$$

Здесь $\Lambda = 50000$ моль/(м³·с) — частотный фактор; $T_a = 402$ К — температура активации; $T_r = 408$ К — пороговая температура.

Получаем следующие выражения для скорости зарождения массы фаз и компонентов:

$$\begin{aligned} \dot{m}_w &= \phi \dot{\omega} \nu_2 W_{\text{H}_2\text{O}}, & \dot{m}_{\text{N}_2} &= 0, \\ \dot{m}_o &= -\phi \dot{\omega} W_{\text{C}_8\text{H}_{18}}, & \dot{m}_{\text{O}_2} &= -\phi \dot{\omega} \nu W_{\text{O}_2}, \\ \dot{m}_g &= \dot{m}_{\text{N}_2} + \dot{m}_{\text{O}_2} + \dot{m}_{\text{CO}_2} + \dot{m}_{\text{H}_2\text{O}(\text{g})}, & \dot{m}_{\text{CO}_2} &= \phi \dot{\omega} \nu_1 W_{\text{CO}_2}, \\ \sum_{i=o,w,g} \dot{m}_i &= 0, & \dot{m}_{\text{H}_2\text{O}(\text{g})} &= \phi \dot{\omega} \nu_2 W_{\text{H}_2\text{O}}. \end{aligned}$$

Здесь W_i — соответствующие молярные массы: $W_{\text{H}_2\text{O}} = 0.01802$ кг/моль; $W_{\text{CO}_2} = 0.04401$ кг/моль; $W_{\text{O}_2} = 0.032$ кг/моль; $W_{\text{N}_2} = 0.02801$ кг/моль; $W_{\text{C}_8\text{H}_{18}} = 0.11423$ кг/моль.

3. Начальные и граничные условия. Решается плоская задача, область квадратная 500×500 м². По углам области расположены добывающие скважины, в центре — нагнетательная.

Во всех ячейках расчетной области в начальный момент времени выставляются следующие начальные значения параметров:

$$\begin{aligned} p &= 2 \cdot 10^7 \text{ Па}; \\ s_w &= 0.3, \quad s_o = 0.7, \quad s_g = 0; \\ Y_{\text{N}_2} &= 0, \quad Y_{\text{O}_2} = 0, \quad Y_{\text{CO}_2} = 0, \quad Y_{\text{H}_2\text{O}(\text{g})} = 1; \\ T &= 400^\circ\text{К}, \quad T_s = 400^\circ\text{К}. \end{aligned}$$

Граничные условия:

границы области — твердые стенки;

в центре — нагнетательная скважина: $p = 3 \cdot 10^7$ Па; $T = 800^\circ\text{К}$; $s_w = 0.4$; $s_o = 0.2$; $s_g = 0.4$; $Y_{\text{N}_2} = 0.78$; $Y_{\text{O}_2} = 0.22$; $Y_{\text{CO}_2} = 0$; $Y_{\text{H}_2\text{O}(\text{g})} = 0$;

по углам расставлены 4 добывающие скважины: $p = 10^7$ Па.

4. Результаты. Проведено численное моделирование термогазового воздействия на нефтяной пласт при вытеснении из него нефти. Рассчитаны следующие процессы: межфазный переход массы

за счет химической реакции, выделение энергии в процессе химической реакции, теплопроводность, теплообмен между скелетом и флюидом, конвективный приток тепла, динамика вытеснения фаз. Получены поля распределенных параметров (насыщенности флюида фазами, концентрации компонентов газовой фазы, давление, температура флюида, температура скелета) во все моменты времени. По ним построены график дебита нефти добывающей скважины (рис. 1), график суммарного объема вытесненной нефти (рис. 2), график насыщенности флюида фазами вдоль отрезка от нагнетательной скважины до добывающей (рис. 3). В силу симметрии задачи графики построены для одной из четырех добывающих скважин.

Из рис. 1 и 2 видно, что при использовании термогазового метода с исследованными параметрами объем вытесненной нефти спустя год работы скважины увеличивается на 10.6%. Дебит нефти добывающей скважины на 365-й день превышает на 19% аналогичное значение для простого вытеснения. Также расчеты показывают, что объем вытесненного флюида (нефти, воды и газа в сумме) увеличивается на 13%. Дальнейшее повышение нефтеотдачи пласта в данной постановке невозможно, так как количество прореагировавших углеводородов становится слишком большим и дает отрицательный прирост дебита нефти относительно простого вытеснения даже на ранних этапах добычи. Повышение интенсивности вытеснения зависит от характера протекающих химических реакций и состава закачиваемой смеси.

Из рис. 3 видно, что при вытеснении жидких углеводородов с применением термогазового метода можно выделить два фронта вытеснения. Первый, наиболее быстро перемещающийся фронт возникает под действием просачивающегося газа. При этом вытесняется около 5% углеводородов. Вторым, медленным фронтом вытеснения углеводородов смесью нагретых воды и газа приводит к вытеснению 60–65% углеводородов из пласта.

5. Выводы. При использовании термогазового метода объем вытесненной нефти за единицу времени увеличивается, что обусловлено характером и скоростью протекающих реакций и составом закачиваемой смеси. При вытеснении жидких углеводородов с помощью термогазового метода выделяются два фронта вытеснения — быстрый и медленный. Быстрый фронт характеризуется малым процентом вытеснения, большая часть флюида вытесняется в режиме медленного фронта.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (грант № 17-08-01032).

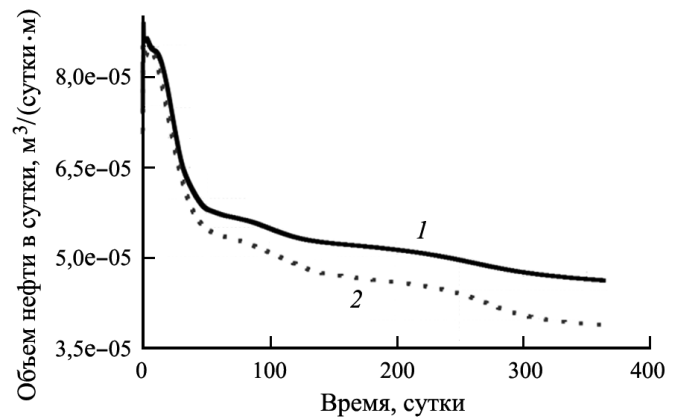


Рис. 1. Дебит нефти добывающей скважины в кубометрах в сутки на метр мощности пласта: 1 — термогазовое вытеснение; 2 — простое вытеснение

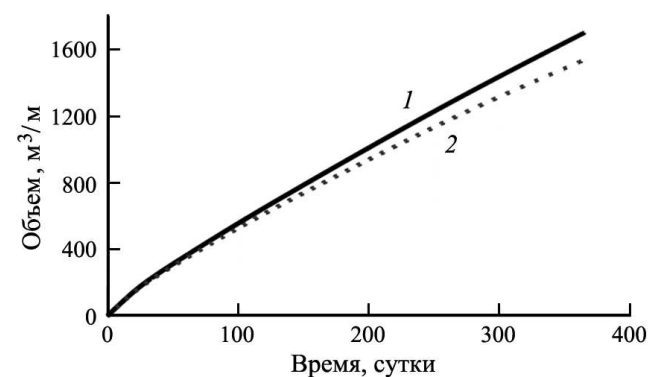


Рис. 2. Суммарный объем вытесненной нефти в кубометрах на метр мощности пласта: 1 — термогазовое вытеснение; 2 — простое вытеснение

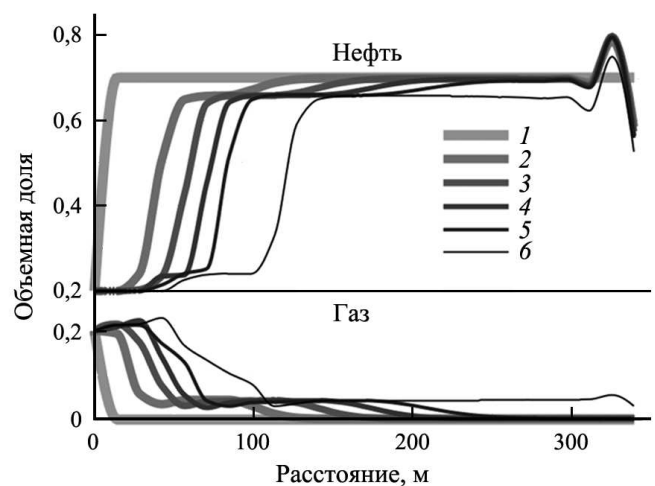


Рис. 3. Насыщенность потока фазами нефти и газа вдоль отрезка от нагнетающей скважины до добывающей: 1 — 0-й день; 2 — 73-й; 3 — 146-й; 4 — 219-й; 5 — 292-й; 6 — 365-й день

Быстрый фронт характеризуется малым процентом вытеснения, большая часть флюида вытесняется в режиме медленного фронта.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Вольпин С.Г., Саитгареев А.Р., Смирнов Н.Н., Кравченко М.Н., Корнаева Д.А., Диева Н.Н.* Перспективы применения волновой технологии термогазохимического воздействия для повышения нефтеотдачи пластов // Нефтяное хозяйство. 2014. № 1. 62–66.
2. *Бурже Ж., Сурио П., Комбарну М.* Термические методы повышения нефтеотдачи пластов / Пер. с франц. М.: Недра, 1989.
3. *Бретшнайдер С.* Свойства газов и жидкостей: Инженерные методы расчета / Пер. с польск. М.; Ташкент: Химия, 1966.
4. *Li K., Horne R.N.* Comparison of methods to calculate relative permeability from capillary pressure in consolidated water-wet porous media // Water Resources Res. 2006. N 42.
5. *Corey A.T.* The interrelation between gas and oil relative permeabilities // Prod. Mon. 1954. 38–41.
6. *Brooks R.H., Corey A.T.* Hydraulic properties of porous media // Hydrology Papers. 1964. N 3.
7. *Smirnov N.N., Nikitin V.F.* Modeling and simulation of hydrogen combustion in engines // Int. J. Hydrogen Energy. 2014. **39**, N 2. 1122–1136.

Поступила в редакцию
16.05.2018

УДК 514.86 : [531.1/3 : 539.3]

ОБ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМАХ ОТСЧЕТА ДЛЯ ПОДСИСТЕМ ДЕФОРМИРУЕМЫХ ТЕЛ

Г. Л. Бровко¹

В рамках классической механики сплошной среды в предположении, что некоторая система отсчета является инерциальной для некоторой совокупности движущихся и взаимодействующих тел (большой системы), получены необходимые и достаточные условия существования инерциальной системы отсчета для подсистемы этих тел, рассматриваемой как самостоятельная большая система. Указано движение такой системы отсчета (с точностью до галилеевых преобразований) относительно старой системы отсчета.

Ключевые слова: классическая механика сплошной среды, большая система тел, подсистема, инерциальная система отсчета.

In the framework of classical continuum mechanics, for the frame of reference being inertial for a certain system of moving and interacting bodies (a large system) the necessary and sufficient conditions are formulated for the existence of an inertial frame of reference for the subsystem of the bodies considered as an independent large system. The motion of such a reference frame relative to the old reference frame (with the accuracy up to the Galilean transformations) is specified.

Key words: classical continuum mechanics, large system of bodies, subsystem, inertial frame of reference.

Введение. В классической механике сплошной среды в качестве основных законов наряду с законом сохранения массы принимаются законы движения Коши–Эйлера, выражающие баланс количества и момента количества движения в инерциальной системе отсчета [1, 2]. В соответствии с первым законом Ньютона существование инерциальной системы отсчета постулируется [3], однако вопрос о том, какие системы отсчета, в каких пределах и с какой точностью можно рассматривать как инерциальные, подробно не рассматривается. Между тем практически важно уметь оценить, является ли та или иная система отсчета инерциальной по отношению к выделенной системе тел (их движениям и взаимодействиям).

¹ *Бровко Георгий Леонидович* — доктор физ.-мат. наук, проф. каф. теории упругости мех.-мат. ф-та МГУ, e-mail: glb@mech.math.msu.su.

Brovko Georgii Leonidovich — Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Lomonosov Moscow State University, Faculty of Mechanics and Mathematics, Chair of Theory of Elasticity.